

463만권 BEST SELLER (2006~2020 누적 판매 1위)

2021 special edition

REAL ORIGINAL

2022 수능 대비 수능기출 25회 모의고사

2022 리얼 오리지널

ALL
NEW

The newest edition

[교재 구성] 문제편+해설편+정답률+빠른 정답+OMR 카드

2022
신수능 출제형식
100% 반영

공통+선택(확률과 통계·미적분·기하)

수학영역

2017~2021학년도 5개년 [수능·모평·학평·예시 문항] 기출문제 총 25회
2022 수능 체제를 반영해 공통+선택(확률과 통계·미적분·기하) 과목으로 재구성
신수능과 100% 똑같이 공통 [8쪽 22문항], 선택 [각 4쪽 8문항]으로 구성
[new explanation] 해설편에 [문제와 보기를 수록]하여 학습 효과 UP

2022 수능 체제 [수학영역]

2022 수능 체제의 가장 큰 변화는 공통과목과 선택과목이 생긴 부분입니다. 공통과목은 [수학 I, 수학 II]로 모두 응시하는 과목이고, [확률과 통계, 미적분, 기하]는 선택과목이 되었습니다.

1 수학영역은 2022 수능부터 [공통과목 + 선택과목]으로 시행

공통과목 [수학 I·수학 II]를 응시 후 선택과목 [확률과 통계, 미적분, 기하] 중 1과목을 선택 후 응시

이전 (2021) 수능	2022학년도 수능 (시험지 구성)		
●가형 : 수학 I, 미적분, 확률과 통계 ●나형 : 수학 I, 수학 II, 확률과 통계 (1쪽~12쪽)	공통과목 [수학 I·수학 II]		1쪽~8쪽
	선택과목	확률과 통계	9쪽~12쪽
	선택과목	미적분	13쪽~16쪽
	선택과목	기하	17쪽~20쪽

※ 수학영역의 시험지는 공통 8쪽+선택 [4쪽+4쪽+4쪽] 총 20쪽으로 되어 있습니다.

2 수학영역 [30문항 중 공통과목 22문항, 선택과목 8문항] 출제

수학 점수는 [공통과목 점수를 활용]해 [선택과목 점수 조정]의 절차를 거친 후 표준 점수와 등급 산출

구분	2021(이전) 수능	2022학년도 수능
공통	객관식 5지 선다형, 단답형	객관식 5지 선다형, 단답형
문항 수	30문항(100점)	공통 : 22문항(74점)
		선택 : 8문항(26점)
문항 배점	2점(3), 3점(14), 4점(13)	2점(3), 3점(14), 4점(13)
시간	100분	100분
성적 산출	상대 평가	상대 평가

3 2022 수능 [수학영역]의 특징 BEST 3

- ① 이전 수능 출제 범위에 해당하지 않는 [기하] 과목이 선택과목이 되었고, 공통 출제 범위에 있던 [확률과 통계] 과목도 선택과목이 되었습니다.
- ② 수학 II 과목이 이전 문과 학생들이 주로 응시했던 수학 [나형]에서 모두가 응시해야 하는 [공통과목]으로 변경되었습니다.
- ③ 이전 수능에서 배점의 경우 30문항 총 100점이었지만, 공통과목 22문항 74점, 선택과목 8문항 26점으로 구분 변경되었습니다.

4 수학영역 [2022 수능 체제 반영] 재구성

- ① 수학영역은 2022학년도 수능 체제를 반영하여 [공통 과목]+[선택 과목]으로 재구성을 했습니다. 공통 과목은 [수학 I, 수학 II], 선택 과목은 [확률과 통계, 미적분, 기하]입니다.
- ② 2022학년도 수능 체제에 맞추어 배점, 및 단답형 문항 수까지 출제유형을 반영하였으며 시험지 구성도 공통 과목 8쪽, 선택 과목 모두 각 4쪽 [총 20쪽]으로 맞추었습니다.

참고 사항

2022학년도 대입부터 일부 대학은 자연 계열에서 [미적분, 기하 중 택 1]을 지정하고 있습니다.

[미적분, 기하 중 택 1] 지정 대학

경희대, 계명대(의예/약학/제약학), 고려대(서울), 공주대(수학교육), 동국대, 부산대, 서강대, 서울대, 서울과학기술대, 서울시립대, 성균관대, 세종대, 연세대(서울), 이화여대, 중앙대, 한양대(서울)

수학영역 2022 수능부터 이렇게 달라져요!

리얼 오리지널
[수학영역] 교재는
2022 수능 체제를
100% 반영했습니다.

2022 수능 시험 대비

REAL ORIGINAL

수능기출 25회 모의고사

수학영역

Contents

차례

01 회	2020학년도	3월 전국연합 학력평가	001쪽
02 회	2019학년도	3월 전국연합 학력평가	021쪽
03 회	2018학년도	3월 전국연합 학력평가	041쪽
04 회	2020학년도	4월 전국연합 학력평가	061쪽
05 회	2019학년도	4월 전국연합 학력평가	081쪽
06 회	2021학년도	6월 모의평가	101쪽
07 회	2020학년도	6월 모의평가	121쪽
08 회	2019학년도	6월 모의평가	141쪽
09 회	2018학년도	6월 모의평가	161쪽
10 회	2017학년도	6월 모의평가	181쪽
11 회	2020학년도	7월 전국연합 학력평가	201쪽
12 회	2019학년도	7월 전국연합 학력평가	221쪽
13 회	2021학년도	9월 모의평가	241쪽
14 회	2020학년도	9월 모의평가	261쪽
15 회	2019학년도	9월 모의평가	281쪽
16 회	2018학년도	9월 모의평가	301쪽
17 회	2017학년도	9월 모의평가	321쪽
18 회	2020학년도	10월 전국연합 학력평가	341쪽
19 회	2019학년도	10월 전국연합 학력평가	361쪽
20 회	2021학년도	대학수학능력시험	381쪽
21 회	2020학년도	대학수학능력시험	401쪽
22 회	2019학년도	대학수학능력시험	421쪽
23 회	2018학년도	대학수학능력시험	441쪽
24 회	2017학년도	대학수학능력시험	461쪽
25 회	2022학년도	대학수학능력시험 예시문항	481쪽

● 정답과 해설

분권 별책

구성과 특징

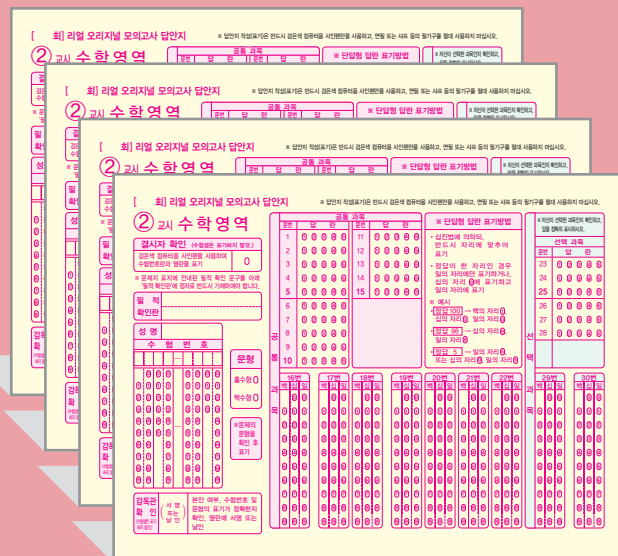
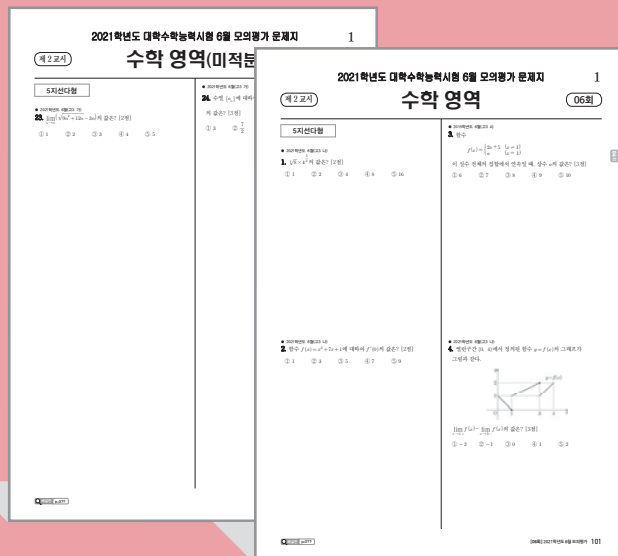
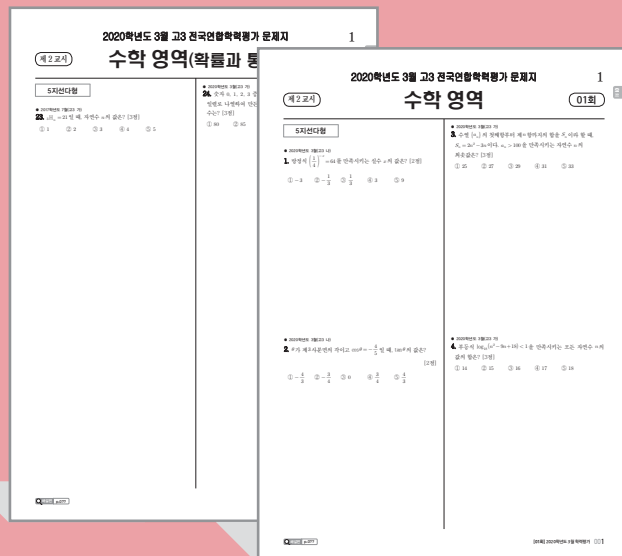
Structure & Features

25년의 모의고사를 실전과 똑같이 풀어보면
내 실력과 점수는 반드시 올라갈 수밖에 없습니다.

Check Point

「리얼 오리지널」 수학 영역은?

- ① 공통 과목이 먼저, 선택 과목은 뒤에 배치되고, 문제지 쪽수가 공통 8쪽 + 선택(4쪽 + 4쪽 + 4쪽) 총 20쪽으로 수능 '시험지 형식'과 동일합니다.
- ② 공통 과목의 문항수와 배점은 [8쪽, 22문항 74점] 선택 과목은 [각 4쪽, 8문항 26점] 총 100점으로 수능 '출제 형식'과 동일합니다.



1

실제 시험지와 똑같은 문제지

수학영역 수능기출 모의고사는 총 25회분의 문제지 수록되어 있으며, 실전과 동일하게 학습할 수 있습니다.

- ① 리얼 오리지널 모의고사는 실제 시험지의 크기와 느낌을 그대로 살려 실전과 동일한 조건 속에서 문제를 풀어 볼 수 있습니다.
- ② 문제를 풀기 전에 먼저 학습 체크 표에 학습 날짜와 시간을 기록하고, 타이머를 작동해 실천처럼 문제를 풀어 보십시오.

2

2022 수능 체제 [공통과목+선택과목] 반영

2022학년도 수능 체제를 반영해 공통과목과 선택과목으로 재구성했으며, 신수는 출제 형식에 맞추었습니다.

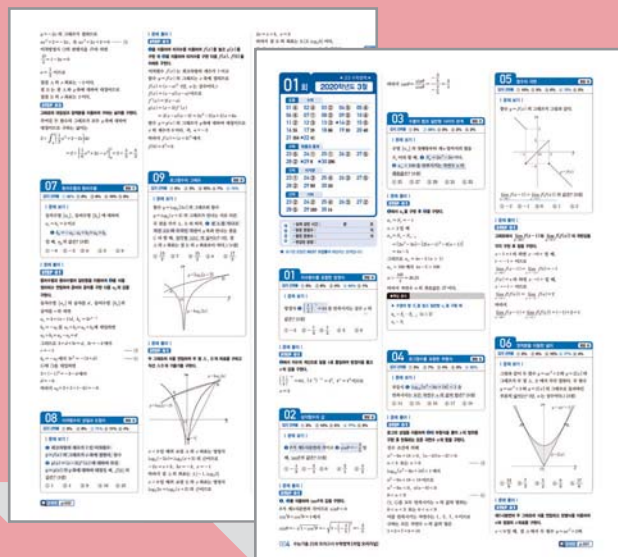
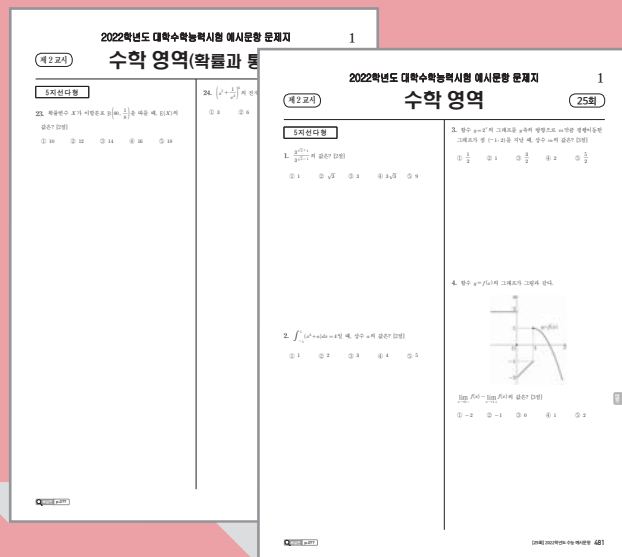
- ① 신수는 체제를 반영하여 [공통과목]+[선택과목]으로 재구성을 했으며, 공통과목은 「8쪽에 22문항」 선택과목은 모두 「각 4쪽 문제지에 8문항」씩 수록하여 [총 20쪽]으로 구성했습니다.
- ② 신수는 체제에 맞추어 배점 및 단답형 문항 수까지 출제 유형을 반영했으며, 최신 우수 문항을 중심으로 재구성을 했습니다.

3

실전과 동일한 OMR 체크카드

정답 마킹을 위한 OMR 체크카드는 실전력을 높여주며 부록 형태로 모의고사 문제편 뒷부분에 수록되었습니다.

- ① OMR 체크카드는 실전과 동일한 형태로 제공되며, 모의고사에서 마킹 연습은 또 하나의 실전 연습입니다.
- ② 답을 밀려 썼을 때 교체하는 연습도 중요하며, 추가로 OMR 체크카드가 필요하면 홈페이지나 자료실에서 다운로드 받을 수 있습니다.



6

2022 수능 [수학 예시 문항] 수록

2022학년도 수능 체제에서 수학영역의 가장 큰 변화는 [공통 과목]과 [선택과목]으로 나누어지는 부분입니다.

- ① 2022 수능부터 [수 I, 수 II]는 공통 과목이 되었고 [확률과 통계, 미적분, 기하]는 선택과목이 되었습니다.
- ② 2022 수능 예시 문항을 풀어 볼으로써 신수능의 [유형과 형식]을 정확히 파악할 수 있도록 했습니다.(25회차에 수록)

5

해설편 문제 ALL 수록 & 명쾌한 해설

수학 해설편에 문제를 모두 수록해 학습이 편리하고, 해설도 강화되어 혼자서도 학습이 충분합니다.

- ① 문제편과 해설편을 동시에 펼쳐서 공부하지 않아도 OK! 해설편에 문제를 ALL 수록하여 학습이 편리했습니다.
- ② 자세하고 명쾌한 해설을 수록했으며, 문제 보기와 단계적인 풀이 방법을 제시해 문제 풀이가 확실히 쉬워집니다.

4

빠른 정답 체크표 & 오답 BEST

문제를 푼 후 정답을 빠르게 확인할 수 있는 [정답 체크표]와 오답을 BEST에 해당하는 문항이 표기되어 있습니다.

- ① 수능기출 25회 모의고사는 정답과 해설편에 책갈피로 사용이 가능한 [빠른 정답 체크표]를 제공합니다.
- ② 오답을 BEST에 해당하는 문제는 많이 틀린 이유와 매력적인 오답을 피하는 방법까지 자세한 해설을 제공합니다.

실전은 연습처럼!
연습은 실전처럼!

수능 시험장이라면 많은 학생들이 낯선 환경과 긴장감 때문에 실력을 발휘하지 못하는 경우가 많습니다. 이를 최소화하려면 실제 수능 시험지와 똑같은 크기의 문제지와 OMR 카드로 시간을 정해놓고, 동일한 조건 속에서 '실전은 연습처럼! 연습은 실전처럼!' 훈련하는 것이 중요합니다.

회분별 학습 체크표

● 수학영역 | 회분당 학습 시간 (100분)

회분	학습 날짜		학습 시간		채점 결과	틀린 문제	시간 부족 문제
					점수		
01회 2020학년도 3월	월	일	시 분 ~	시 분			
02회 2019학년도 3월	월	일	시 분 ~	시 분			
03회 2018학년도 3월	월	일	시 분 ~	시 분			
04회 2020학년도 4월	월	일	시 분 ~	시 분			
05회 2019학년도 4월	월	일	시 분 ~	시 분			
06회 2021학년도 6월	월	일	시 분 ~	시 분			
07회 2020학년도 6월	월	일	시 분 ~	시 분			
08회 2019학년도 6월	월	일	시 분 ~	시 분			
09회 2018학년도 6월	월	일	시 분 ~	시 분			
10회 2017학년도 6월	월	일	시 분 ~	시 분			
11회 2020학년도 7월	월	일	시 분 ~	시 분			
12회 2019학년도 7월	월	일	시 분 ~	시 분			
13회 2021학년도 9월	월	일	시 분 ~	시 분			
14회 2020학년도 9월	월	일	시 분 ~	시 분			
15회 2019학년도 9월	월	일	시 분 ~	시 분			
16회 2018학년도 9월	월	일	시 분 ~	시 분			
17회 2017학년도 9월	월	일	시 분 ~	시 분			
18회 2020학년도 10월	월	일	시 분 ~	시 분			
19회 2019학년도 10월	월	일	시 분 ~	시 분			
20회 2021학년도 수능	월	일	시 분 ~	시 분			
21회 2020학년도 수능	월	일	시 분 ~	시 분			
22회 2019학년도 수능	월	일	시 분 ~	시 분			
23회 2018학년도 수능	월	일	시 분 ~	시 분			
24회 2017학년도 수능	월	일	시 분 ~	시 분			
25회 2022학년도 수능 예시	월	일	시 분 ~	시 분			

※ <수학영역>은 재구성이므로 [등급 컷]이 제공되지 않습니다.

제 2 교시

수학 영역

01회

5지선다형

● 2020학년도 3월(고3 나)

1. 방정식 $\left(\frac{1}{4}\right)^{-x} = 64$ 를 만족시키는 실수 x 의 값은? [2점]

- ① -3 ② $-\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ 3 ⑤ 9

● 2020학년도 3월(고3 나)

2. θ 가 제 3 사분면의 각이고 $\cos \theta = -\frac{4}{5}$ 일 때, $\tan \theta$ 의 값은?

[2점]

- ① $-\frac{4}{3}$ ② $-\frac{3}{4}$ ③ 0 ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{4}{3}$

● 2020학년도 3월(고3 가)

3. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 할 때,

$S_n = 2n^2 - 3n$ 이다. $a_n > 100$ 을 만족시키는 자연수 n 의

최솟값은? [3점]

- ① 25 ② 27 ③ 29 ④ 31 ⑤ 33

● 2020학년도 3월(고3 가)

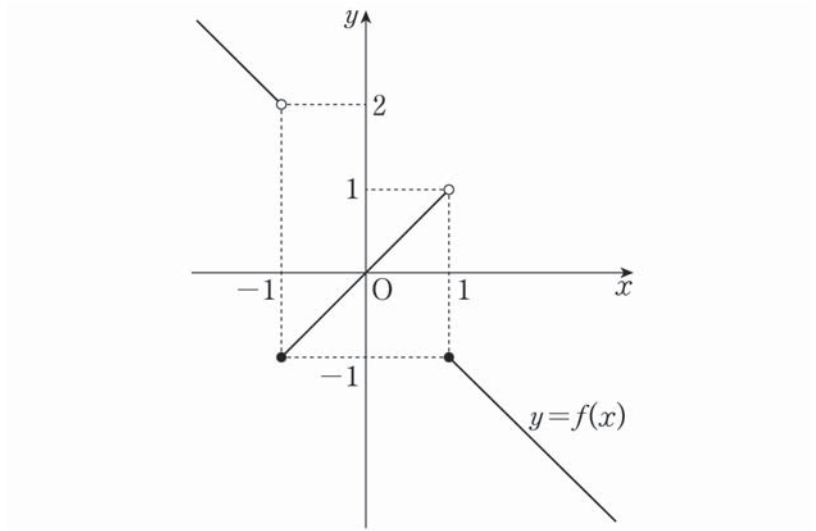
4. 부등식 $\log_{18}(n^2 - 9n + 18) < 1$ 을 만족시키는 모든 자연수 n 의

값의 합은? [3점]

- ① 14 ② 15 ③ 16 ④ 17 ⑤ 18

● 2020학년도 3월(고3 가)

5. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



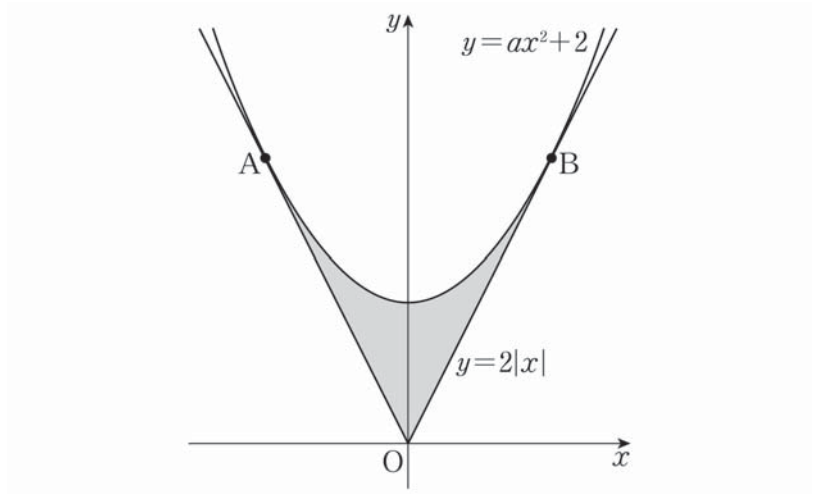
$\lim_{x \rightarrow 0+} f(x-1) + \lim_{x \rightarrow 1+} f(f(x))$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

● 2020학년도 3월(고3 가)

6. 그림과 같이 두 함수 $y=ax^2+2$ 와 $y=2|x|$ 의 그래프가

두 점 A, B에서 각각 접한다. 두 함수 $y=ax^2+2$ 와 $y=2|x|$ 의 그래프로 둘러싸인 부분의 넓이는? (단, a 는 상수이다.) [3점]



- ① $\frac{13}{6}$ ② $\frac{7}{3}$ ③ $\frac{5}{2}$ ④ $\frac{8}{3}$ ⑤ $\frac{17}{6}$

● 2020학년도 3월(고3 나)

7. 등차수열 $\{a_n\}$, 등비수열 $\{b_n\}$ 에 대하여 $a_1=b_1=3$ 이고

$$b_3 = -a_2, a_2 + b_2 = a_3 + b_3$$

일 때, a_3 의 값은? [3점]

- ① -9 ② -3 ③ 0 ④ 3 ⑤ 9

● 2020학년도 3월(고3 나)

10. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \sum_{k=1}^n k a_k$$

를 만족시킨다. $a_1=2$ 일 때, $a_2 + \frac{a_{51}}{a_{50}}$ 의 값은? [4점]

- ① 47 ② 49 ③ 51 ④ 53 ⑤ 55

● 2020학년도 3월(고3 나)

8. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $y=f(x)$ 의 그래프가

x 축에 접한다. 함수 $g(x)=(x-3)f'(x)$ 에 대하여

곡선 $y=g(x)$ 가 y 축에 대하여 대칭일 때, $f(0)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 4 ③ 9 ④ 16 ⑤ 25

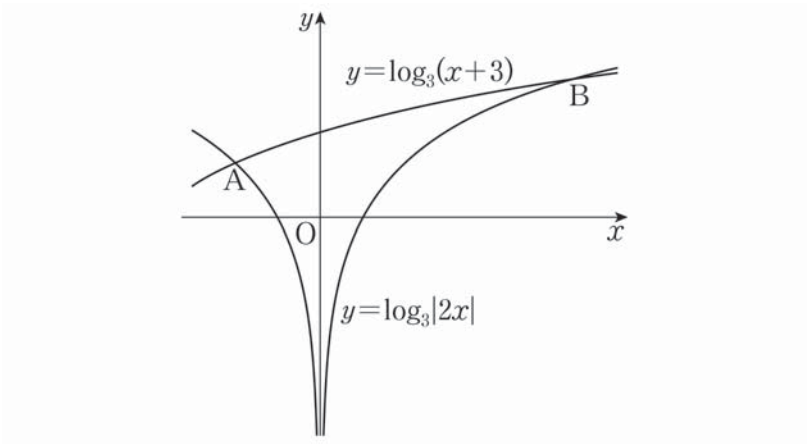
● 2020학년도 3월(고3 가)

9. 함수 $y=\log_3|2x|$ 의 그래프와 함수 $y=\log_3(x+3)$ 의

그래프가 만나는 서로 다른 두 점을 각각 A, B라 하자.

점 A를 지나고 직선 AB와 수직인 직선이 y 축과 만나는 점을 C라 할 때, 삼각형 ABC의 넓이는? (단, 점 A의 x 좌표는 점 B의 x 좌표보다 작다.) [4점]

- ① $\frac{13}{2}$ ② 7 ③ $\frac{15}{2}$ ④ 8 ⑤ $\frac{17}{2}$



● 2020학년도 3월(고3 가)

11. 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$f(x)=x^3-4x\int_0^1|f(t)|dt$$

를 만족시킨다. $f(1)>0$ 일 때, $f(2)$ 의 값은? [4점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

● 2020학년도 3월(고3 가)

12. $0<a<6$ 인 실수 a 에 대하여 원점에서

곡선 $y=x(x-a)(x-6)$ 에 그은 두 접선의 기울기의 곱의 최솟값은? [4점]

- ① -54 ② -51 ③ -48 ④ -45 ⑤ -42

● 2020학년도 3월(고3 나)

14. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x)=\int_0^xf(t)dt+f(x)$$

라 할 때, 함수 $g(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

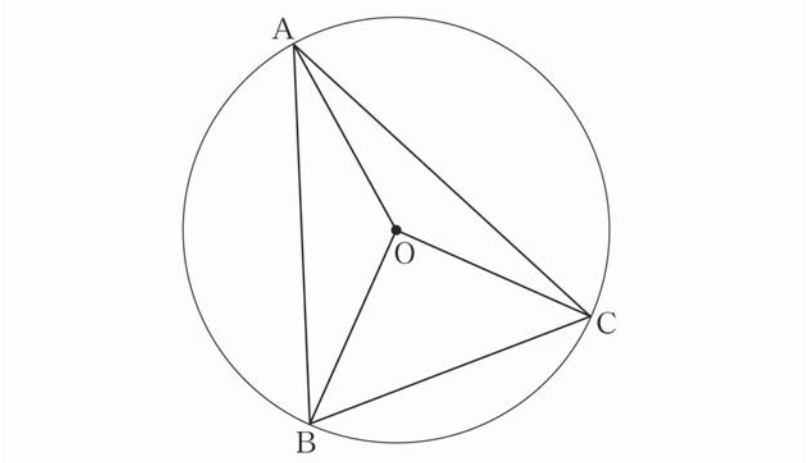
- (가) 함수 $g(x)$ 는 $x=0$ 에서 극댓값 0을 갖는다.
(나) 함수 $g(x)$ 의 도함수 $y=g'(x)$ 의 그래프는 원점에 대하여 대칭이다.

$f(2)$ 의 값은? [4점]

- ① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

● 2020학년도 3월(고3 가)

13. 그림과 같이 중심이 O 이고 반지름의 길이가 $\sqrt{10}$ 인 원에 내접하는 예각삼각형 ABC 에 대하여 두 삼각형 OAB , OCA 의 넓이를 각각 S_1 , S_2 라 하자. $3S_1=4S_2$ 이고 $\overline{BC}=2\sqrt{5}$ 일 때, 선분 AB 의 길이는? [4점]



- ① $2\sqrt{7}$ ② $\sqrt{30}$ ③ $4\sqrt{2}$ ④ $\sqrt{34}$ ⑤ 6

● 2020학년도 3월(고3 가)

15. 0 이 아닌 실수 m 에 대하여 두 함수

$$f(x)=2x^3-8x,$$

$$g(x)=\begin{cases}-\frac{47}{m}x+\frac{4}{m^3} & (x<0) \\ 2mx+\frac{4}{m^3} & (x\geq 0)\end{cases}$$

이 있다. 실수 x 에 대하여 $f(x)$ 와 $g(x)$ 중 크지 않은 값을 $h(x)$ 라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

[4점]

—<보 기>—

ㄱ. $m=-1$ 일 때, $h\left(\frac{1}{2}\right)=-5$ 이다.

ㄴ. $m=-1$ 일 때, 함수 $h(x)$ 가 미분가능하지 않은 x 의 개수는 2 이다.

ㄷ. 함수 $h(x)$ 가 미분가능하지 않은 x 의 개수가 1 인 양수 m 의 최댓값은 6 이다.

- ① ㄱ
- ② ㄱ, ㄴ
- ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단 답 형

● 2020학년도 3월(고3 나)

16. $\sum_{k=1}^5 k^2$ 의 값을 구하시오. [3점]

● 2020학년도 3월(고3 나)

17. 함수 $f(x)=x^4+3x^2+9x-27$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

제 2 교시

수학 영역(확률과 통계)

01회

01회

5지선다형

● 2017학년도 7월(고3 가)

23. ${}_3\text{H}_n=21$ 일 때, 자연수 n 의 값은? [2점]

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

● 2020학년도 3월(고3 가)

24. 숫자 0, 1, 2, 3 중에서 중복을 허락하여 네 개를 선택한 후, 일렬로 나열하여 만든 네 자리 자연수가 2100 보다 작은 경우의 수는? [3점]

- ① 80
- ② 85
- ③ 90
- ④ 95
- ⑤ 100

● 2011학년도 수능(고3 가)

25. 어느 행사장에는 현수막을 1개씩 설치할 수 있는 장소가 5곳이 있다. 현수막은 A, B, C 세 종류가 있고, A는 1개, B는 4개, C는 2개가 있다. 다음 조건을 만족시키도록 현수막 5개를 택하여 5곳에 설치할 때, 그 결과로 나타날 수 있는 경우의 수는?(단, 같은 종류의 현수막끼리는 구분하지 않는다.) [3점]

(가) A는 반드시 설치한다.

(나) B는 2곳 이상 설치한다.

- ① 55
- ② 65
- ③ 75
- ④ 85
- ⑤ 95

● 2014학년도 6월(고3 B)

26. 고구마피자, 새우피자, 불고기피자 중에서 m 개를 주문하는 경우의 수가 36일 때, 고구마피자, 새우피자, 불고기피자를 적어도 하나씩 포함하여 m 개를 주문하는 경우의 수는? [3점]

- ① 12
- ② 15
- ③ 18
- ④ 21
- ⑤ 24

● 2020학년도 3월(고3 가)

27. 흰 공 2개, 빨간 공 2개, 검은 공 4개를 일렬로 나열할 때, 흰 공은 서로 이웃하지 않게 나열하는 경우의 수는? (단, 같은 색의 공끼리는 서로 구별하지 않는다.) [3점]

- ① 295
- ② 300
- ③ 305
- ④ 310
- ⑤ 315

● 2018학년도 10월(고3 가)

28. 다음은 4 이상의 자연수 n 에 대하여 등식

$$a \times b \times c \times d = 2^n \times 3^n$$

을 만족시키는 2 이상의 자연수 a, b, c, d 의 순서쌍 (a, b, c, d) 중에서 $a+b+c+d$ 가 짝수가 되도록 하는 모든 순서쌍의 개수를 구하는 과정이다.

$a = 2^{x_1} \times 3^{y_1}, b = 2^{x_2} \times 3^{y_2}, c = 2^{x_3} \times 3^{y_3}, d = 2^{x_4} \times 3^{y_4}$ 이라 하면

$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = n, y_1 + y_2 + y_3 + y_4 = n$

(단, $i = 1, 2, 3, 4$ 에 대하여 x_i, y_i 는 음이 아닌 정수)

이다. 이때 $a+b+c+d$ 가 짝수이므로 a, b, c, d 가 모두 짝수이거나 a, b, c, d 중에서 2개만 짝수이다.

(i) a, b, c, d 가 모두 짝수인 경우

x_1, x_2, x_3, x_4 가 모두 자연수이고 y_1, y_2, y_3, y_4 는 음이 아닌 정수이므로 순서쌍 $(x_1, x_2, x_3, x_4, y_1, y_2, y_3, y_4)$ 의 개수는

${}_4H_{\boxed{\text{(가)}}} \times {}_4H_n \cdots \cdots \text{㉠}$

(ii) a, b, c, d 중에서 2개만 짝수인 경우

x_1, x_2, x_3, x_4 중에서 자연수가 2개이고 0이 2개이므로 순서쌍 (x_1, x_2, x_3, x_4) 의 개수는

${}_4C_2 \times \boxed{\text{(나)}}$

이다. 이때 a, b, c, d 중 홀수인 두 수는 1이 될 수 없으므로 순서쌍 (y_1, y_2, y_3, y_4) 의 개수는

${}_4H_{\boxed{\text{(다)}}}$

이다. 따라서 순서쌍 $(x_1, x_2, x_3, x_4, y_1, y_2, y_3, y_4)$ 의 개수는

${}_4C_2 \times \boxed{\text{(나)}} \times {}_4H_{\boxed{\text{(다)}}} \cdots \cdots \text{㉡}$

(i), (ii)에 의하여 구하는 경우의 수는 $\text{㉠} + \text{㉡}$ 이다.

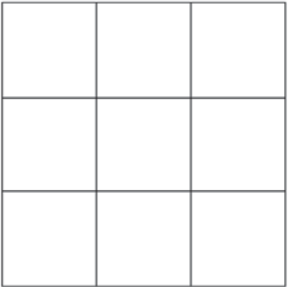
위의 (가), (나), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(n), g(n), h(n)$ 이라 할 때, $f(6)+g(7)+h(8)$ 의 값은? [4점]

- ① 13
- ② 14
- ③ 15
- ④ 16
- ⑤ 17

단답형

● 2020학년도 3월(고3 가)

29. 그림과 같이 합동인 9개의 정사각형으로 이루어진 색칠판이 있다.



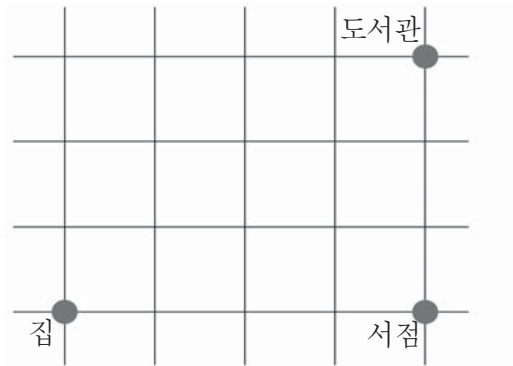
빨간색과 파란색을 포함하여 총 9가지의 서로 다른 색으로 이 색칠판을 다음 조건을 만족시키도록 칠하려고 한다.

- (가) 주어진 9가지의 색을 모두 사용하여 칠한다.
- (나) 한 정사각형에는 한 가지 색만을 칠한다.
- (다) 빨간색과 파란색이 칠해진 두 정사각형은 꼭짓점을 공유하지 않는다.

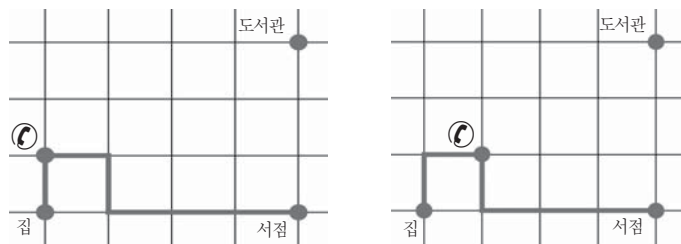
색칠판을 칠하는 경우의 수는 $k \times 7!$ 이다. k 의 값을 구하시오.
(단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [4점]

● 2012학년도 7월(고3 가)

30. 그림과 같이 이웃한 두 교차로 사이의 거리가 모두 같은 도로망이 있다.



철수가 집에서 도로를 따라 최단거리로 약속장소인 도서관으로 가다가 어떤 교차로에서 약속장소가 서점으로 바뀌었다는 연락을 받고 곧바로 도로를 따라 최단거리로 서점으로 갔다. 집에서 서점까지 지나 온 길이 같은 경우 하나의 경로로 간주한다. 예를 들어, [그림1]과 [그림2]는 연락받은 위치는 다르나, 같은 경로이다.



[그림1]

[그림2]

철수가 집에서 서점까지 갈 수 있는 모든 경로의 수를 구하시오.
(단, 철수가 도서관에 도착한 후에 서점으로 가는 경우도 포함한다.)

[4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

수학 영역(미적분)

01회

제 2 교시

5지선다형

● 2020학년도 3월(고3 가)

23. $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{4n^2 + 2n + 1} - \sqrt{4n^2 - 2n - 1})$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

● 2010학년도 6월(고3 나)

24. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여 다음 조건을 만족시킬 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n$ 의 값은? [3점]

- (가) $20 - \frac{1}{n} < a_n + b_n < 20 + \frac{1}{n}$
- (나) $10 - \frac{1}{n} < a_n - b_n < 10 + \frac{1}{n}$

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

● 2008학년도 3월(고3 나)

25. 등비수열 $\left\{ \left(-\sin \frac{k\pi}{4} \right)^n \right\}$ 이 수렴하도록 하는 10 이하의 자연수 k 의 개수는? [3점]

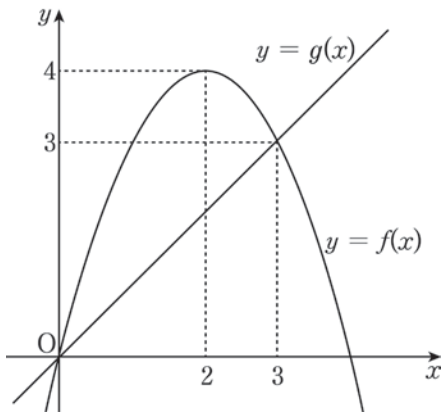
- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

● 2016학년도 3월(고3 나)

26. 그림과 같이 곡선 $y=f(x)$ 와 직선 $y=g(x)$ 가 원점과

점 (3, 3)에서 만난다. $h(x)=\lim_{n\rightarrow\infty}\frac{\{f(x)\}^{n+1}+5\{g(x)\}^n}{\{f(x)\}^n+\{g(x)\}^n}$ 일 때,

$h(2)+h(3)$ 의 값은? [3점]



- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

● 2020학년도 3월(고3 가)

27. 두 수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 이

$$\lim_{n\rightarrow\infty} n^2 a_n = 3, \lim_{n\rightarrow\infty} \frac{b_n}{n} = 5$$

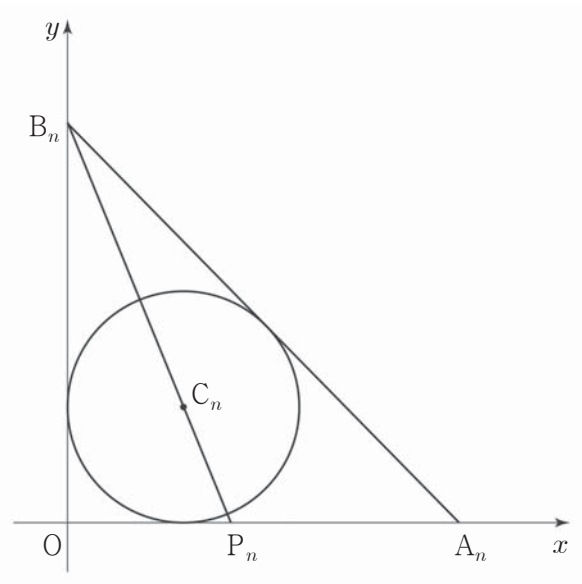
를 만족시킬 때, $\lim_{n\rightarrow\infty} n a_n (b_n + 2n)$ 의 값은? [3점]

- ① 21 ② 22 ③ 23 ④ 24 ⑤ 25

● 2015학년도 4월(고3 A)

28. 자연수 n 에 대하여 그림과 같이 두 점 $A_n(n, 0), B_n(0, n+1)$ 이 있다. 삼각형 OA_nB_n 에 내접하는 원의 중심을 C_n 이라 하고, 두 점 B_n 과 C_n 을 지나는 직선이 x 축과 만나는 점을 P_n 이라

하자. $\lim_{n\rightarrow\infty} \frac{\overline{OP_n}}{n}$ 의 값은? (단, O 는 원점이다.) [4점]



- ① $\frac{\sqrt{2}-1}{2}$ ② $\sqrt{2}-1$ ③ $2-\sqrt{2}$
④ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ⑤ $2\sqrt{2}-2$

단 답 형

● 2010학년도 6월(고3 가)

29. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 와 두 함수

$$g(x)=\lim_{n\rightarrow\infty}\frac{x^{2n-1}-1}{x^{2n}+1},\ h(x)=\begin{cases}\frac{|x|}{x} & (x\neq 0) \\ 0 & (x=0)\end{cases}$$

에 대하여 함수 $f(x)g(x)$ 와 함수 $f(x)h(x)$ 가 모두 연속함수일 때, $f(10)$ 의 값을 구하시오. [4점]

● 2010학년도 수능(고3 나)

30. 그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정사각형 A와 한 변의 길이가 1인 정사각형 B는 변이 서로 평행하고, A의 두 대각선의 교점과 B의 두 대각선의 교점이 일치하도록 놓여 있다. A와 A의 내부에서 B의 내부를 제외한 영역을 R라 하자.

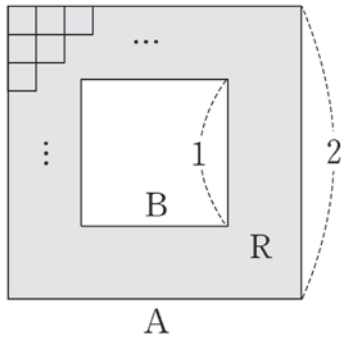
2 이상인 자연수 n 에 대하여 한 변의 길이가 $\frac{1}{n}$ 인 작은 정사각형을 다음 규칙에 따라 R에 그린다.

- (가) 작은 정사각형의 한 변은 A의 한 변에 평행하다.
(나) 작은 정사각형들의 내부는 서로 겹치지 않도록 한다.

이와 같은 규칙에 따라 R에 그릴 수 있는 한 변의 길이가 $\frac{1}{n}$ 인 작은 정사각형의 최대 개수를 a_n 이라 하자. 예를 들어, $a_2=12$,

$a_3=20$ 이다. $\lim_{n\rightarrow\infty}\frac{a_{2n+1}-a_{2n}}{a_{2n}-a_{2n-1}}=c$ 라 할 때, $100c$ 의 값을 구하시오.

[4점]



- * 확인 사항
○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

수학 영역(기하)

01회

제 2 교시

5지선다형

● 2017학년도 4월(고3 가)

23. 쌍곡선 $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{9}=1$ 의 주축의 길이는? [2점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

● 2008학년도 9월(고3 가)

24. 타원 $x^2+9y^2=9$ 의 두 초점 사이의 거리를 d 라 할 때,

d^2 의 값은? [3점]

- ① 30 ② 32 ③ 34 ④ 36 ⑤ 38

● 2018학년도 10월(고3 가)

25. 직선 $y=mx$ 가 두 쌍곡선 $x^2-y^2=1$, $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{64}=-1$ 중 어느 것과도 만나지 않도록 하는 정수 m 의 개수는? [3점]
- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

● 2017학년도 4월(고3 가)

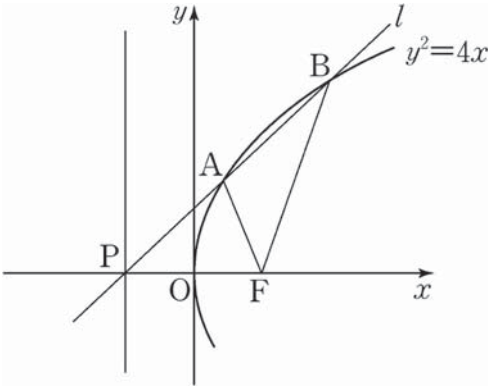
26. 좌표평면에서 점 (2, 0)을 지나고 기울기가 양수인 직선이 포물선 $y^2=8x$ 와 만나는 두 점을 각각 P, Q라 하자. 선분 PQ의 길이가 17일 때, 두 점 P, Q의 x 좌표의 합은? [3점]
- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

● 2012학년도 6월(고3 가)

27. 원 $(x-4)^2+y^2=r^2$ 과 쌍곡선 $x^2-2y^2=1$ 이 서로 다른 세 점에서 만나기 위한 양수 r 의 최댓값은? [3점]
- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

● 2013학년도 6월(고3 가)

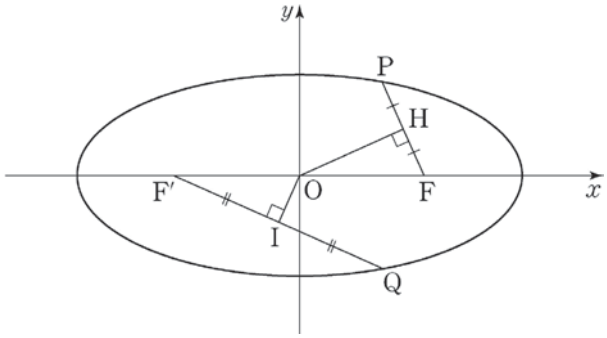
28. 포물선 $y^2=4x$ 의 초점을 F, 준선이 x 축과 만나는 점을 P, 점 P를 지나고 기울기가 양수인 직선 l 이 포물선과 만나는 두 점을 각각 A, B라 하자. $\overline{FA}:\overline{FB}=1:2$ 일 때, 직선 l 의 기울기는? [4점]



- ① $\frac{2\sqrt{6}}{7}$ ② $\frac{\sqrt{5}}{3}$ ③ $\frac{4}{5}$
④ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ⑤ $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

단 답 형

● 2013학년도 6월(고3 가)
29. 두 점 F(5, 0), F'(−5, 0)을 초점으로 하는 타원 위의 서로 다른 두 점 P, Q에 대하여 원점 O에서 선분 PF와 선분 QF'에 내린 수선의 발을 각각 H와 I라 하자.
점 H와 점 I가 각각 선분 PF와 선분 QF'의 중점이고, $\overline{OH} \times \overline{OI} = 10$ 일 때, 이 타원의 장축의 길이를 l 이라 하자. l^2 의 값을 구하시오. (단, $\overline{OH} \neq \overline{OI}$) [4점]



● 2016학년도 7월(고3 가)
30. 두 양수 m, p 에 대하여 포물선 $y^2 = 4px$ 와 직선 $y = m(x - 4)$ 가 만나는 두 점 중 제1사분면 위의 점을 A, 포물선의 준선과 x 축이 만나는 점을 B, 직선 $y = m(x - 4)$ 와 y 축이 만나는 점을 C라 하자. 삼각형 ABC의 무게중심이 포물선의 초점 F와 일치할 때, $\overline{AF} + \overline{BF}$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항
○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

[회] 리얼 오리지널 모의고사 답안지

※ 답안지 작성(표기)은 반드시 검은색 컴퓨터용 사인펜만을 사용하고, 연필 또는 사프 등의 필기구를 절대 사용하지 마십시오.

② 교시 수 학 영 역

결시자 확인 (수험생은 표기하지 않것.)
검은색 컴퓨터용 사인펜을 사용하여 수험번호란과 옆란을 표기

※ 문제지 표지에 안내된 필적 확인 문구를 아래 '필적 확인란'에 정자로 반드시 기재하여야 합니다.

필 적
확인란

성 명
수험번호
문형
출수형
꼭수형
※문제의 문형을 확인 후 표기

감독관
확 인
(수험생은 표기 하지 않것)
서명 또는 날인
본인 여부, 수험번호 및 문형의 표기가 정확한지 확인, 옆란에 서명 또는 날인

공통 과목
문번
답
란
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
16번
백
십
일
17번
백
십
일
18번
백
십
일
19번
백
십
일
20번
백
십
일
21번
백
십
일
22번
백
십
일
29번
백
십
일
30번
백
십
일

※ 단답형 답란 표기방법
• 십진법에 의하되, 반드시 자리에 맞추어 표기
• 정답이 한 자리인 경우 일의 자리에만 표기하거나, 십의 자리 0에 표기하고 일의 자리에 표기
※ 예시
• 정답 100 → 백의 자리 1, 십의 자리 0, 일의 자리 0
• 정답 98 → 십의 자리 9, 일의 자리 8
• 정답 5 → 일의 자리 5, 또는 십의 자리 0, 일의 자리 5

※ 자신이 선택한 과목인지 확인하고, 답을 정확히 표시하시오.
선택 과목
문번
답
란
23
24
25
26
27
28
선 택
29번
백
십
일
30번
백
십
일

리얼 오리지널 I 수능기출 (25회)

[회] 리얼 오리지널 모의고사 답안지

※ 답안지 작성(표기)은 반드시 검은색 컴퓨터용 사인펜만을 사용하고, 연필 또는 사프 등의 필기구를 절대 사용하지 마십시오.

② 교시 수 학 영 역

결시자 확인 (수험생은 표기하지 않것.)
검은색 컴퓨터용 사인펜을 사용하여 수험번호란과 옆란을 표기

※ 문제지 표지에 안내된 필적 확인 문구를 아래 '필적 확인란'에 정자로 반드시 기재하여야 합니다.

필 적
확인란

성 명
수험번호
문형
출수형
꼭수형
※문제의 문형을 확인 후 표기

감독관
확 인
(수험생은 표기 하지 않것)
서명 또는 날인
본인 여부, 수험번호 및 문형의 표기가 정확한지 확인, 옆란에 서명 또는 날인

공통 과목
문번
답
란
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
16번
백
십
일
17번
백
십
일
18번
백
십
일
19번
백
십
일
20번
백
십
일
21번
백
십
일
22번
백
십
일
29번
백
십
일
30번
백
십
일

※ 단답형 답란 표기방법
• 십진법에 의하되, 반드시 자리에 맞추어 표기
• 정답이 한 자리인 경우 일의 자리에만 표기하거나, 십의 자리 0에 표기하고 일의 자리에 표기
※ 예시
• 정답 100 → 백의 자리 1, 십의 자리 0, 일의 자리 0
• 정답 98 → 십의 자리 9, 일의 자리 8
• 정답 5 → 일의 자리 5, 또는 십의 자리 0, 일의 자리 5

※ 자신이 선택한 과목인지 확인하고, 답을 정확히 표시하시오.
선택 과목
문번
답
란
23
24
25
26
27
28
선 택
29번
백
십
일
30번
백
십
일

리얼 오리지널 I 수능기출 (25회)

※ 문제지 표지에 안내된 필적 확인 문구를 아래
'필적 확인란'에 정자로 반드시 기재하여야 합니다.

※문제의
문형을
확인 후
표기

감독관 확 인 (수험생은 표기 하지 말것)	(서 명 또는 날 인)	본인 여부, 수험번호 및 문형의 표기가 정확한지 확인 , 옆란에 서명 또는 날인
--	----------------	--

※ **단답형 답란 표기방법**

- 심진법에 의하되,
반드시 자리에 맞추어
표기
- 정답이 한 자리인 경우
일의 자리에만 표기하거나,
십의 자리 ⑩에 표기하고
일의 자리에 표기

※ **예시**

- 정답 100 → 백의 자리 ①,
십의 자리 ⑩, 일의 자리 ⑩
- 정답 98 → 십의 자리 ⑨,
일의 자리 ⑧
- 정답 5 → 일의 자리 ⑤,
또는 십의 자리 ⑩, 일의 자리 ⑤

[illegible]

※ 자신이 선택한 과목인지 확인하고,
답을 정확히 표시하십시오.

선택 과목						
문번	답 란					
23	①	②	③	④	⑤	
24	①	②	③	④	⑤	
25	①	②	③	④	⑤	
26	①	②	③	④	⑤	
27	①	②	③	④	⑤	
28	①	②	③	④	⑤	

과목	29번			30번		
	백	십	일	백	십	일
		0	0		0	0
	1	1	1	1	1	1
	2	2	2	2	2	2
	3	3	3	3	3	3
	4	4	4	4	4	4
	5	5	5	5	5	5
	6	6	6	6	6	6
	7	7	7	7	7	7
	8	8	8	8	8	8
	9	9	9	9	9	9

리얼 오리지널 | 수능기출 <25회>

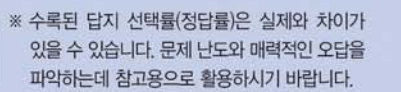
01회	2020학년도	3월 전국연합 학력평가	004쪽
02회	2019학년도	3월 전국연합 학력평가	016쪽
03회	2018학년도	3월 전국연합 학력평가	028쪽
04회	2020학년도	4월 전국연합 학력평가	039쪽
05회	2019학년도	4월 전국연합 학력평가	051쪽
06회	2021학년도	6월 모의평가	062쪽
07회	2020학년도	6월 모의평가	076쪽
08회	2019학년도	6월 모의평가	089쪽
09회	2018학년도	6월 모의평가	103쪽
10회	2017학년도	6월 모의평가	117쪽

11회	2020학년도	7월	전국연합	학력평가	128쪽
12회	2019학년도	7월	전국연합	학력평가	144쪽

13회	2021학년도	9월 모의평가	157쪽
14회	2020학년도	9월 모의평가	170쪽
15회	2019학년도	9월 모의평가	182쪽
16회	2018학년도	9월 모의평가	196쪽
17회	2017학년도	9월 모의평가	209쪽

18회	2020학년도 10월 전국연합 학력평가	223쪽
19회	2019학년도 10월 전국연합 학력평가	234쪽

20회	2021학년도	대학수학능력시험	246쪽
21회	2020학년도	대학수학능력시험	258쪽
22회	2019학년도	대학수학능력시험	270쪽
23회	2018학년도	대학수학능력시험	283쪽
24회	2017학년도	대학수학능력시험	295쪽

25회 2022학년도 대학수학능력시험 예시 문항 308쪽수능 모의고사 전문 출판
입시플라이

※ 문제지 표지에 안내된 필적 확인 문구를 아래
'필적 확인란'에 정자로 반드시 기재하여야 합니다.

※문제의
문형을
확인 후
표기

감독관 확 인 (수형생은 표기 하지 않것)	(서 명 또는) 날 인	본인 여부, 수험번호 및 문형의 표기가 정확한지 확인, 옆란에 서명 또는 날인
--	----------------------	--

※ 단답형 답란 표기방법

- 심진법에 의하되, 반드시 자리에 맞추어 표기
- 정답이 한 자리인 경우 일의 자리에만 표기하거나, 십의 자리 ⑩에 표기하고 일의 자리에 표기

※ 예시

- [정답 100] → 백의 자리 ①, 십의 자리 ⑩, 일의 자리 ⑩
- [정답 98] → 십의 자리 ⑨, 일의 자리 ⑧
- [정답 5] → 일의 자리 ⑤, 또는 십의 자리 ⑩, 일의 자리 ⑤

20번			21번			22번		
백	십	일	백	십	일	백	십	일
	0	0		0	0		0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9

선 택	※ 자신이 선택한 과목인지 확인하고, 답을 정확히 표시하십시오.						
	선택 과목						
	문번	답 란					
	23	1	2	3	4	5	
	24	1	2	3	4	5	
	25	1	2	3	4	5	
	26	1	2	3	4	5	
	27	1	2	3	4	5	
	28	1	2	3	4	5	

과목	29번			30번		
	백	십	일	백	십	일
		0	0		0	
	1	1	1	1	1	1
	2	2	2	2	2	2
	3	3	3	3	3	3
	4	4	4	4	4	4
	5	5	5	5	5	5
	6	6	6	6	6	6
	7	7	7	7	7	7
	8	8	8	8	8	8
	9	9	9	9	9	9

리얼 오리지널 | 수능기출 <25회>

[보충 설명]

2 이상의 자연수 n 에 대하여 $a_n > 0 \dots\dots (*)$

임을 수학적 귀납법을 이용하여 보일 수 있다.

$a_2 = 2$ 이고 $n \geq 2$ 일 때 $a_{n+1} = (n+1)a_n$ 이므로

(i) $n = 2$ 일 때

$a_2 = 2 > 0$ 이므로 $(*)$ 이 성립한다.

(ii) 2 이상의 자연수 k 에 대하여 $n = k$ 일 때 $(*)$ 이 성립한다고 가정하면 $a_k > 0$

$n = k+1$ 일 때 $a_{k+1} = (k+1)a_k > 0$ 이므로

$n = k+1$ 일 때 $(*)$ 이 성립한다.

따라서 (i), (ii)에 의해 2 이상의 자연수 n 에 대하여 $a_n > 0$ 이다.

11

정적분의 성질

정답 ②

답지 선택률 ① 17% ② 55% ③ 15% ④ 7% ⑤ 6%

| 문제 보기 |

함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$f(x) = x^3 - 4x \int_0^1 |f(t)| dt$$

를 만족시킨다. ❶ $f(1) > 0$ 일 때, $f(2)$ 의 값은? [4점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

| 문제 풀이 |

STEP 01

$\int_0^1 |f(t)| dt = a$ 라 하고 ❶을 이용하여 a 의 범위를

구한다. x 의 범위를 나누어 $f(x)$ 를 적분하여 a 를 구한 다음 $f(x)$, $f(2)$ 를 차례로 구한다.

$a = \int_0^1 |f(t)| dt$ 라 하면 $a > 0$ 이고

$$f(x) = x^3 - 4ax$$

$$f(1) = 1 - 4a > 0 \text{ 에서 } a < \frac{1}{4}$$

따라서 $0 < a < \frac{1}{4}$ 이다.

$$f(x) = x(x^2 - 4a) = 0 \text{ 에서}$$

$$x = 0 \text{ 또는 } x = \pm 2\sqrt{a}$$

$0 < x < 2\sqrt{a}$ 일 때 $f(x) < 0$ 이고

$x \geq 2\sqrt{a}$ 일 때 $f(x) \geq 0$ 이다.

$0 < a < \frac{1}{4}$ 에서 $2\sqrt{a} < 1$ 이므로

$$\begin{aligned} a &= \int_0^{2\sqrt{a}} \{-f(t)\} dt + \int_{2\sqrt{a}}^1 f(t) dt \\ &= \int_0^{2\sqrt{a}} (-t^3 + 4at) dt + \int_{2\sqrt{a}}^1 (t^3 - 4at) dt \\ &= \left[-\frac{1}{4}t^4 + 2at^2\right]_0^{2\sqrt{a}} + \left[\frac{1}{4}t^4 - 2at^2\right]_{2\sqrt{a}}^1 \\ &= 8a^2 - 2a + \frac{1}{4} \end{aligned}$$

$$8a^2 - 3a + \frac{1}{4} = 0 \text{ 에서}$$

$$32a^2 - 12a + 1 = 0, (4a-1)(8a-1) = 0$$

$$0 < a < \frac{1}{4} \text{ 이므로}$$

$$a = \frac{1}{8} \text{ 이고}$$

$$f(x) = x^3 - \frac{1}{2}x$$

$$\text{이때 } f(2) = 2^3 - \frac{1}{2} \times 2 = 7$$

12

접선의 방정식

정답 ③

답지 선택률 ① 10% ② 9% ③ 59% ④ 14% ⑤ 8%

| 문제 보기 |

$0 < a < 6$ 인 실수 a 에 대하여 원점에서 곡선 $y = x(x-a)(x-6)$ 에 그은 두 접선의 기울기의 곱의 최솟값은? [4점]

① -54 ② -51 ③ -48 ④ -45 ⑤ -42

| 문제 풀이 |

STEP 01

원점이 아닌 접점의 좌표를 미지수를 이용하여 놓고 도함수를 이용하여 접선의 방정식을 구한다. 접선이 원점을 지나므로 이용하여 접점의 좌표를 구한다.

$f(x) = x(x-a)(x-6)$ 이라 하자.

$f(0) = 0$ 이므로 원점은 곡선 $y = f(x)$ 위의 점이고

원점에서 접하는 접선의 기울기는 $f'(0)$ 이다.

원점이 아닌 점 $(t, f(t))$ 에서의 접선의 방정식은

$$y - f(t) = f'(t)(x - t)$$

이고 이 직선이 원점을 지나므로

$$0 - f(t) = f'(t)(0 - t)$$

$$tf'(t) - f(t) = 0 \dots\dots ㉠$$

$$f(x) = x^3 - (a+6)x^2 + 6ax \text{ 에서}$$

$$f'(x) = 3x^2 - 2(a+6)x + 6a$$

이므로 ㉠에서

$$t\{3t^2 - 2(a+6)t + 6a\} - \{t^3 - (a+6)t^2 + 6at\} = 0$$

$$2t^3 - (a+6)t^2 = 0, t^2\{2t - (a+6)\} = 0$$

$t \neq 0$ 이므로

$$t = \frac{a+6}{2} \text{ 이다.}$$

STEP 02

두 접선의 기울기를 각각 구한 후 곱을 구한 다음 미분을 이용하여 최솟값을 구한다.

$$f'(0) = 6a, f'\left(\frac{a+6}{2}\right) = -\frac{1}{4}(a^2 - 12a + 36)$$

이므로 $0 < a < 6$ 인 실수 a 에 대하여 두 접선의

기울기의 곱을 $g(a)$ 라 하면

$$g(a) = -\frac{3}{2}(a^3 - 12a^2 + 36a)$$

$$g'(a) = -\frac{3}{2}(3a^2 - 24a + 36) = -\frac{9}{2}(a-2)(a-6)$$

$0 < a < 6$ 이므로 $g'(a) = 0$ 에서 $a = 2$

$0 < a < 6$ 에서 함수 $g(a)$ 의 증가와 감소를 표로

나타내면 다음과 같다.

a	(0)	$\dots$	2	$\dots$	(6)
$g'(a)$		-	0	+	
$g(a)$		$\searrow$	-48	$\nearrow$	

함수 $g(a)$ 는 $a = 2$ 일 때 극소수면서 최소가 된다.

따라서 $0 < a < 6$ 에서 함수 $g(a)$ 의 최솟값은

$$g(2) = -48 \text{ 이다.}$$

13

코사인법칙

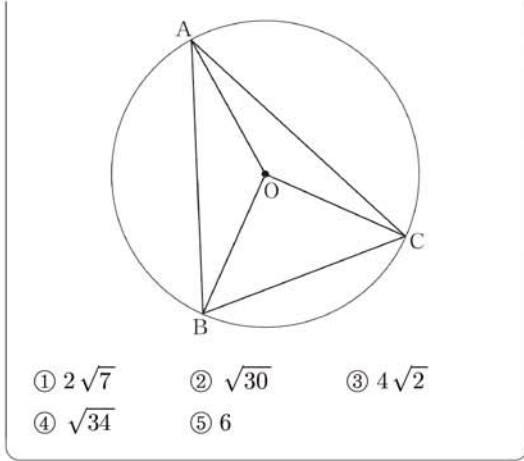
정답 ③

답지 선택률 ① 9% ② 16% ③ 53% ④ 14% ⑤ 8%

| 문제 보기 |

그림과 같이 중심이 O 이고 반지름의 길이가 $\sqrt{10}$ 인 원에 내접하는 예각삼각형 ABC 에 대하여 두 삼각형 OAB, OCA 의 넓이를 각각 S_1, S_2 라 하자. ❶ $3S_1 = 4S_2$ 이고

$\overline{BC} = 2\sqrt{5}$ 일 때, 선분 AB 의 길이는? [4점]



| 문제 풀이 |

STEP 01

삼각형 OBC 의 종류를 파악하여 $\angle OBC$ 의 크기를 구한 후 ❶을 이용하여 $\cos(\angle AOB)$ 를 구한다.

$$\overline{BC} = 2\sqrt{5}, \overline{OB} = \overline{OC} = \sqrt{10} \text{ 이므로}$$

삼각형 OBC 는 직각이등변삼각형이고

$$\angle BOC = \frac{\pi}{2} \text{ 이다.}$$

$$\angle AOB = \alpha, \angle AOC = \beta \text{ 라 하면}$$

두 삼각형 OAB, OCA 의 넓이 S_1, S_2 는 각각

$$S_1 = \frac{1}{2} \times (\sqrt{10})^2 \times \sin \alpha = 5 \sin \alpha$$

$$S_2 = \frac{1}{2} \times (\sqrt{10})^2 \times \sin \beta = 5 \sin \beta$$

주어진 조건에서 $3S_1 = 4S_2$ 이므로

$$\sin \alpha = \frac{4}{3} \sin \beta$$

$$\alpha + \beta + \frac{\pi}{2} = 2\pi \text{ 이므로}$$

$$\beta = \frac{3}{2}\pi - \alpha$$

$$\begin{aligned} \sin \alpha &= \frac{4}{3} \sin \left(\frac{3}{2}\pi - \alpha \right) \\ &= -\frac{4}{3} \cos \alpha \dots\dots ㉠ \end{aligned}$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \text{ 에서}$$

$$\frac{16}{9} \cos^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{9}{25}$$

$$\sin \alpha > 0 \text{ 이므로}$$

$$\text{㉠에서 } \cos \alpha < 0$$

$$\text{따라서 } \cos \alpha = -\frac{3}{5}$$

STEP 02

코사인법칙을 이용하여 $\overline{AB}$ 를 구한다.

코사인법칙에 의하여 구하는 선분 AB 의 길이는

$$\begin{aligned} \overline{AB} &= \sqrt{\overline{OA}^2 + \overline{OB}^2 - 2 \times \overline{OA} \times \overline{OB} \cos \alpha} \\ &= \sqrt{(\sqrt{10})^2 + (\sqrt{10})^2 - 2(\sqrt{10})^2 \times \left(-\frac{3}{5}\right)} \\ &= 4\sqrt{2} \end{aligned}$$

●핵심 공식

▶ 코사인법칙

세 변의 길이를 각각 a, b, c 라 하고 b, c 사이의 끼인 각을 A 라 하면

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$\left(\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} \right)$$

▶ 삼각형의 넓이

두 변 b, c 와 끼인각 A 가 주어졌을 때

$$\triangle ABC \text{ 의 넓이 } S \text{ 는 } S = \frac{1}{2}bc \sin A$$

14

미분과 적분의 관계

정답 ②

답지 선택률 ① 10% ② 48% ③ 15% ④ 17% ⑤ 10%

| 문제 보기 |

최고차항의 계수가 1 인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \int_0^x f(t) dt + f(x)$$

라 할 때, 함수 $g(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수 $g(x)$ 는 $x = 0$ 에서 극댓값 0 을 갖는다.
- (나) 함수 $g(x)$ 의 도함수 $y = g'(x)$ 의 그 래프는 원점에 대하여 대칭이다.

$f(2)$ 의 값은? [4점]

① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

| 문제 풀이 |

STEP 01

$g(x)$ 를 미분하여 $g'(x)$ 를 구한 후 $g(0), g'(0)$ 을 구하고 이를 이용하여 $f(0), f'(0)$ 을 구한다. 미지수를 이용하여 $f(x)$ 를 놓고 조건 (나)를 이용하여 $f(x)$ 를 구한 다음 $f(2)$ 의 값을 구한다.

$$g(x) = \int_0^x f(t) dt + f(x) \text{ 에서}$$

$$g'(x) = f(x) + f'(x),$$

$$g(0) = \int_0^0 f(t) dt + f(0) = 0 + f(0),$$

$$g'(0) = f(0) + f'(0)$$

조건 (가)에 의해

$$g(0) = f(0) = 0$$

$$g'(0) = f(0) + f'(0) = 0 + f'(0) = 0 \text{ 이므로}$$

$$f'(0) = 0$$

그러므로 x^2 은 $f(x)$ 의 인수이다.

$f(x) = x^2(x-k)$ (단, k 는 상수)라 하면

$$\begin{aligned} g'(x) &= x^3 - kx^2 + 3x^2 - 2kx \\ &= x^3 + (3-k)x^2 - 2kx \end{aligned}$$

조건 (나)에 의해 모든 실수 x 에 대하여

$$g'(-x) = -g'(x) \text{ 가 성립한다.}$$

즉,

$$-x^3 + (3-k)x^2 + 2kx = -x^3 - (3-k)x^2 + 2kx,$$

$$2(3-k)x^2 = 0 \text{ 에서 } k = 3$$

$$\text{그러므로 } f(x) = x^2(x-3)$$

$$\text{따라서 } f(2) = -4$$

다른 풀이

$f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ 라고 놓으면

$$f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$$

조건 (가)에 의해 $f(0) = 0$ 이므로 $c = 0$,

$$f'(0) = 0 \text{ 이므로 } b = 0$$

$$\text{즉, } f(x) = x^3 + ax^2$$

$$g'(x) = f(x) + f'(x)$$

$$\begin{aligned} &= x^3 + ax^2 + 3x^2 + 2ax \\ &= x^3 + (a+3)x^2 + 2ax \end{aligned}$$

조건 (나)에 의해

함수 $y = g'(x)$ 의 그래프는 원점에 대하여

대칭이므로

x^2 의 계수는 0 이다. 즉, $a = -3$

$$\text{따라서 } f(x) = x^3 - 3x^2 \text{ 에서}$$

$$f(2) = 8 - 12 = -4$$

15

도함수를 이용한 함수의 추론

정답 ⑤

답지 선택률 ① 9% ② 11% ③ 23% ④ 10% ⑤ 47%

| 문제 보기 |

0 이 아닌 실수 m 에 대하여 두 함수

$$f(x) = 2x^3 - 8x,$$

$$g(x) = \begin{cases} -\frac{47}{m}x + \frac{4}{m^3} & (x < 0) \\ 2mx + \frac{4}{m^3} & (x \geq 0) \end{cases}$$

이 있다. 실수 x 에 대하여 $f(x)$ 와 $g(x)$ 중 크지 않은 값을 $h(x)$ 라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

- <보기>
- ㄱ. $m = -1$ 일 때, $h\left(\frac{1}{2}\right) = -5$ 이다.
- ㄴ. $m = -1$ 일 때, 함수 $h(x)$ 가 미분가능하지 않은 x 의 개수는 2 이다.
- ㄷ. 함수 $h(x)$ 가 미분가능하지 않은 x 의 개수가 1 인 양수 m 의 최댓값은 6 이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

| 문제 풀이 |

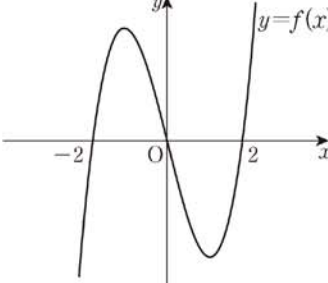
STEP 01

ㄱ. $y = f(x)$ 의 그래프를 그린 후 $m = -1$ 일 때

$$f\left(\frac{1}{2}\right) \text{ 과 } g\left(\frac{1}{2}\right) \text{ 의 크기를 비교하여 참 거짓을}$$

판별한다.

그림과 같이 함수 $y = f(x)$ 의 그래프는 원점에 대하여 대칭이다.



$$\text{ㄱ. } m = -1 \text{ 일 때, } f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{15}{4}, g\left(\frac{1}{2}\right) = -5$$

$$g\left(\frac{1}{2}\right) \leq f\left(\frac{1}{2}\right) \text{ 이므로}$$

$$h\left(\frac{1}{2}\right) = g\left(\frac{1}{2}\right) = -5$$

$\therefore$ 참

STEP 02

ㄴ. x 의 범위를 나누고 각 범위에서 두 그래프의 위치관계 및 교점의 개수를 파악하여 미분가능하지 않은 점의 개수를 구하여 참 거짓을 판별한다.

$$\text{ㄴ. } m = -1 \text{ 일 때, } g(x) = \begin{cases} 47x - 4 & (x < 0) \\ -2x - 4 & (x \geq 0) \end{cases}$$

(i) $x < 0$ 일 때, 함수 $y = g(x)$ 의 그래프는 기울기가 양수이고 y 절편이 음수인 직선의 일부이므로 두 함수 $y = f(x), y = g(x)$ 의 그래프는 단 하나의 교점을 갖는다. 그 교점의 x 좌표를 x_1 ($x_1 < 0$) 이라 하면 $x < 0$ 에서 함수 $h(x)$ 는 $x = x_1$ 에서만 미분가능하지 않다.

(ii) $x = 0$ 일 때, $g(0) - 4 < 0 = f(0)$ 이므로 $x = 0$ 에서 함수 $h(x)$ 의 미분가능성은 함수 $g(x)$ 의 미분가능성과 같다. 즉, 함수 $h(x)$ 는 $x = 0$ 에서 미분가능하지 않다.

(iii) $x > 0$ 일 때,

$$\begin{aligned} f(x) - g(x) &= 2x^3 - 6x + 4 \\ &= (x-1)^2(x+2) \geq 0 \end{aligned}$$

즉, $f(x) \geq g(x)$

$x > 0$ 에서 $h(x) = g(x)$ 이므로

함수 $h(x)$ 의 미분가능성은 함수 $g(x)$ 의 미분가능성과 같다.

따라서 $x > 0$ 에서 함수 $h(x)$ 는

미분가능하다.

(i), (ii), (iii)에서 함수 $h(x)$ 가 미분가능하지 않은 x 의 개수는 2 이다. $\therefore$ 참

STEP 03

그러므로 $x < 0$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $g(x) \geq f(x)$ 이므로 $h(x) = f(x)$ 이다.

따라서 $x < 0$ 에서 함수 $h(x)$ 는 미분가능하다.

- (iii) $m > 6$ 일 때, $x < 0$ 에서 m 의 값이 커질수록 함수 $y = g(x)$ 의 그래프는 $m = 6$ 일 때보다 기울기의 절댓값이 작아지고
 y 절편도 작아지므로 $x < 0$ 에서 두 함수 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 의 그래프는 서로 다른 두 점에서 만난다. 이때 두 점의 x 좌표를 각각 x_3 , x_4 라고 하면
 함수 $h(x)$ 는 $x = x_3$, $x = x_4$ 에서 미분가능하지 않다.

(i), (ii), (iii)에서 함수 $h(x)$ 가 미분가능하지 않은 x 의 개수가 1 인 양수 m 의 최댓값은 6 이다. $\therefore$ 참 따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다.

16

자연수의 거듭제곱의 합

정답 55

정·답·률 83%

| 문제 보기 |

- ① $\sum_{k=1}^5 k^2$ 의 값을 구하시오. [3점]

| 문제 풀이 |

STEP 01

$\sum$ 의 성질을 이용하여 ①의 값을 구한다.

$$\sum_{k=1}^5 k^2 = \frac{5 \times 6 \times 11}{6} = 55$$

17

미분계수

정답 19

정·답·률 84%

| 문제 보기 |

함수 $f(x) = x^4 + 3x^2 + 9x - 27$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

| 문제 풀이 |

STEP 01

$f(x)$ 를 미분하여 $f'(x)$ 를 구한 후 $x = 1$ 을 대입하여 $f'(1)$ 의 값을 구한다.

$$f'(x) = 4x^3 + 6x + 9 \text{ 이므로}$$

$$f'(1) = 19$$

18

정적분의 성질

정답 86

정·답·률 83%

| 문제 보기 |

- ① $\int_1^3 (4x^3 - 6x + 4)dx + \int_1^3 (6x - 1)dx$ 의 값을 구하시오. [3점]

| 문제 풀이 |

STEP 01

정적분의 성질을 이용하여 ①을 정리한 후 적분하여 값을 구한다.

$$\int_1^3 (4x^3 - 6x + 4)dx + \int_1^3 (6x - 1)dx$$

$$= \int_1^3 (4x^3 + 3)dx$$

$$= \left[x^4 + 3x \right]_1^3$$

$$= (81 + 9) - (1 + 3) = 86$$

19

로그의 성질

정답 10

정·답·률 45%

| 문제 보기 |

- ① $10 \leq x < 1000$ 인 실수 x 에 대하여
 ② $\log x^3 - \log \frac{1}{x^2}$ 의 값이 자연수가 되도록 하는 모든 x 의 개수를 구하시오. [3점]

| 문제 풀이 |

STEP 01

로그의 성질을 이용하여 ②를 정리한 후 ①에서 ②의 범위를 구하여 값이 자연수가 되도록 하는 x 의 개수를 구한다.

$$\log x^3 - \log \frac{1}{x^2} = 3\log x - (-2\log x) = 5\log x$$

$10 \leq x < 1000$ 에서

$1 \leq \log x < 3$, $5 \leq 5\log x < 15$

따라서 $5\log x$ 의 값이 자연수가 되도록 하는 x 의 개수는 10

[보충 설명]

$5\log x$ 의 값이 자연수가 되도록 하는 x 의 값을

$$\text{구하면 } x = 10, 10^{\frac{6}{5}}, 10^{\frac{7}{5}}, 10^{\frac{8}{5}}, \dots, 10^{\frac{14}{5}}$$

★ BEST 오답 분석 ★

▶ 문제 해결 방법

먼저 $\log x^3 - \log \frac{1}{x^2}$ 를 정리하면 $5\log x$ 이고

$10 \leq x < 1000$ 에서 $5 \leq 5\log x < 15$ 이므로 범위를 만족하는 $5\log x$ 는 5, 6, 7, ..., 14이다.

$5\log x = 5$ 일 때 $\log x = 1$, $x = 10$

$$5\log x = 6 \text{ 일 때 } \log x = \frac{6}{5}, x = 10^{\frac{6}{5}}$$

같은 방법으로 모든 $5\log x$ 에 대하여 x 값이 1개씩 존재하므로 만족하는 x 의 개수는

$5\log x$ 의 개수와 같다.

$5\log x$ 값이 자연수라 했지 x 가 자연수라는 조건은 있지 않으므로 혼동해서는 안 된다.

20

삼각함수의 그래프

정답 40

정·답·률 40%

| 문제 보기 |

$0 < a < \frac{4}{7}$ 인 실수 a 와 유리수 b 에 대하여

단한구간 $\left[-\frac{\pi}{a}, \frac{2\pi}{a}\right]$ 에서 정의된 함수

$f(x) = 2\sin(ax) + b$ 가 있다.

함수 ① $y = f(x)$ 의 그래프가 두 점

$A\left(-\frac{\pi}{2}, 0\right)$, $B\left(\frac{7}{2}\pi, 0\right)$ 을 지날 때,

$30(a+b)$ 의 값을 구하시오. [4점]

| 문제 풀이 |

STEP 01

①을 이용하여 연립방정식을 세운 후 삼각함수의 그래프의 대칭성을 이용하여 a 의 값을 구한다.

단한구간 $\left[-\frac{\pi}{a}, \frac{2\pi}{a}\right]$ 에서 $0 < a < \frac{4}{7}$ 이므로

$$-\frac{\pi}{a} < -\frac{7}{4}\pi, \frac{7\pi}{2} < \frac{2\pi}{a} \text{ 이다.}$$

함수 $f(x) = 2\sin(ax) + b$ 의 그래프가 두 점

$A\left(-\frac{\pi}{2}, 0\right)$, $B\left(\frac{7}{2}\pi, 0\right)$ 을 지나므로

$$f\left(-\frac{\pi}{2}\right) = 2\sin\left(-\frac{a}{2}\pi\right) + b = -2\sin\left(\frac{a}{2}\pi\right) + b = 0$$

$$f\left(\frac{7}{2}\pi\right) = 2\sin\left(\frac{7a}{2}\pi\right) + b = 0$$

$$\text{따라서 } \sin\left(\frac{7a}{2}\pi\right) = -\sin\left(\frac{a}{2}\pi\right)$$

$$0 < a < \frac{4}{7} \text{ 에서}$$

$$0 < \frac{a}{2}\pi < \frac{2}{7}\pi, 0 < \frac{7a}{2}\pi < 2\pi \text{ 이므로}$$

$$\frac{7a}{2}\pi = 2\pi - \frac{a}{2}\pi \text{ 또는 } \frac{7a}{2}\pi = \pi + \frac{a}{2}\pi$$

$$\text{따라서 } a = \frac{1}{2} \text{ 또는 } a = \frac{1}{3}$$

STEP 02

각 a 의 값에 대하여 만족하는 b 를 구한 후 주어진 조건을 만족하는 b 를 구한 다음 $30(a+b)$ 의 값을 구한다.

(i) $a = \frac{1}{2}$ 일 때

$$f(x) = 2\sin\left(\frac{1}{2}x\right) + b \text{ 에서}$$

$$f\left(-\frac{\pi}{2}\right) = 2\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) + b$$

$$= 2 \times \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + b$$

$$= -\sqrt{2} + b = 0$$

이므로 $b = \sqrt{2}$ 에서

b 는 유리수라는 조건을 만족시키지 않는다.

(ii) $a = \frac{1}{3}$ 일 때

$$f(x) = 2\sin\left(\frac{1}{3}x\right) + b \text{ 에서}$$

$$f\left(-\frac{\pi}{2}\right) = 2\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) + b = 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) + b$$

$$= -1 + b = 0$$

이므로 $b = 1$

이때 $f\left(\frac{7}{2}\pi\right) = 0$ 이다.

(i), (ii)에서 $a = \frac{1}{3}$, $b = 1$ 이고

$$30(a+b) = 30 \times \left(\frac{1}{3} + 1\right) = 40$$

★ BEST 오답 분석 ★

▶ 문제 해결 방법

$$f(x) = 2\sin(ax) + b \text{ 의 그래프가 두 점 } A\left(-\frac{\pi}{2}, 0\right),$$

$B\left(\frac{7}{2}\pi, 0\right)$ 을 지나므로 두 점의 좌표를 $f(x)$ 에 대입하

여 연립하면 $\sin\left(\frac{7a}{2}\pi\right) = -\sin\left(\frac{a}{2}\pi\right)$ 이다. $y = \sin x$ 의

그래프를 그려 대칭성을 따져주면 $\frac{7a}{2}\pi$ 와 $\frac{a}{2}\pi$ 의 관계

를 알 수 있다.

$g(x) = \sin x$ 라 하고 $g(\alpha) + g(\beta) = 0$ ($\alpha < \beta$) 이라 하면 그래프에서 $\alpha + \beta = 2\pi$ 또는 $\beta - \alpha = \pi$ 임을 알 수 있다. 그러므로 $\frac{a}{2}\pi + \frac{7a}{2}\pi = 2\pi$ 또는 $\frac{7a}{2}\pi - \frac{a}{2}\pi = \pi$ 이다.

여기서 a 를 구하고 각 a 값에 대하여 다시 $f(x)$ 에 두

점 A, B의 좌표를 대입하면 $a = \frac{1}{3}$ 일 때 $b = 1$ 이다.

삼각함수의 그래프의 특징을 잘 알고 있어야 한다.

21

수열의 규칙성과 합

정답 164

정·답·률 18%

| 문제 보기 |

자연수 n 에 대하여 두 점 $A(0, n+5)$, $B(n+4, 0)$ 과 원점 O 를 꼭짓점으로 하는 삼각형 AOB 가 있다. 삼각형 AOB 의 내부에 포함된 정사각형 중 한 변의 길이가 1 이고 꼭짓점의 x 좌표와 y 좌표가 모두 자연수인

정사각형의 개수를 a_n 이라 하자. $\sum_{n=1}^8 a_n$ 의 값을 구하시오. [4점]

| 문제 풀이 |

STEP 01

꼭짓점의 x 좌표와 y 좌표가 모두 자연수인 정사각형의 각 꼭짓점의 좌표를 미지수를 이용하여 놓고 x 좌표가 1 일 때부터 정사각형의 개수를 구하여 규칙을 찾아 a_n 을 구한다.

직선 AB 의 방정식은

$$y = -\frac{n+5}{n+4}x + n+5$$

자연수 a 에 대하여 $x = a$ 일 때

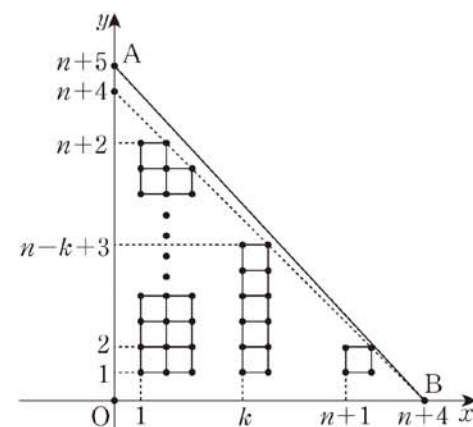
$$y = -\frac{n+5}{n+4}a + n+5$$

$$= n+5 - \left(1 + \frac{1}{n+4}\right)a$$

$$= n+5 - a - \frac{a}{n+4}$$

$0 < a < n+4$ 일 때, $0 < \frac{a}{n+4} < 1$ 이므로

$x = a$ 일 때, y 좌표가 자연수인 점의 개수는 $n+4-a$ 이다.



두 자연수 a, b 에 대하여 삼각형 AOB 의 내부에 포함되는 한 변의 길이가 1 이고 각 꼭짓점의 좌표가 자연수인 정사각형의 네 꼭짓점의 좌표를 각각 (a, b) , $(a+1, b)$, $(a+1, b+1)$, $(a, b+1)$ 이라 하면

$a = 1$ 일 때, $1 \leq b \leq n+1$ 이므로 정사각형의 개수는 $(n+1)$ 이다.

$a = 2$ 일 때, $1 \leq b \leq n$ 이므로 정사각형의 개수는 n 이다.

$a = 3$ 일 때, $1 \leq b \leq n-1$ 이므로 정사각형의 개수는 $(n-1)$ 이다.

$\vdots$

$a = n+1$ 일 때, $b = 1$ 이므로 정사각형의 개수는 1 이다.

따라서

$$a_n = (n+1) + n + (n-1) + \dots + 1$$

$$= \frac{1}{2}(n+1)(n+2) = \frac{1}{2}(n^2 + 3n + 2)$$

STEP 02

$\sum$ 의 성질을 이용하여 $\sum_{n=1}^8 a_n$ 의 값을 구한다.

$$\sum_{n=1}^8 a_n = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^8 (n^2 + 3n + 2)$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{8 \times 9 \times 17}{6} + 3 \times \frac{8 \times 9}{2} + 2 \times 8 \right)$$

$$= 164$$

● 핵심 공식

▶ 자연수의 거듭제곱의 합

$$\bullet \sum_{k=1}^n k = 1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\bullet \sum_{k=1}^n k^2 = 1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$\bullet \sum_{k=1}^n k^3 = 1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = \left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2$$

★ BEST 오답 분석 ★

▶ 문제 해결 방법

점 $A'(0, n+4)$ 라 하면 삼각형 AOB 의 내부에 포함된 정사각형 중 한 변의 길이가 1 이고 꼭짓점의 x 좌표와 y 좌표가 모두 자연수인 정사각형의 개수와 직각이등변 삼각형 A'OB 의 내부에 포함된 정사각형 중 한 변의 길이가 1 이고 꼭짓점의 x 좌표와 y 좌표가 모두 자연수인 정사각형의 개수는 같다. 그러므로 직각이등변삼각형 A'OB 의 내부에 포함된 정사각형의 개수를 세는 것이 훨씬 수월하다.

직사각형의 왼쪽 아래쪽 꼭짓점을 기준으로 x 좌표가 1 일 때 직사각형은 y 좌표가 1부터 $n+1$ 까지이므로 개수는 $n+1$ 이고 x 좌표가 1씩 증가할 때마다 직사각형의 개수는 1씩 감소한다. 그러므로 $a_n = \sum_{k=1}^{n+1} k$ 이다.

개수의 규칙만 잘 찾으면 합을 구하는 과정은 공식을 정확하게 알고 있다면 큰 어려움 없이 구할 수 있다.

22

평행이동을 이용한 정적분의 값

정답 41

정·답·률 17%

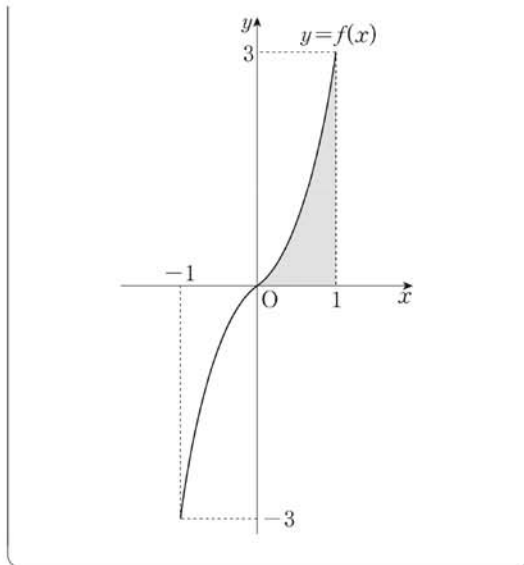
| 문제 보기 |

단한구간 $[-1, 1]$ 에서 정의된 연속함수 $f(x)$ 는 정의역에서 증가하고 모든 실수 x 에 대하여 $f(-x) = -f(x)$ 가 성립할 때, 함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 단한구간 $[-1, 1]$ 에서 $g(x) = f(x)$ 이다.
 (나) 단한구간 $[2n-1, 2n+1]$ 에서 함수 $y = g(x)$ 의 그래프는 함수 $y = f(x)$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 $2n$ 만큼, y 축의 방향으로 $6n$ 만큼 평행이동한 그래프이다. (단, n 은 자연수이다.)

$$f(1) = 3 \text{ 이고 } \int_0^1 f(x)dx = 1 \text{ 일 때,}$$

$$\int_3^6 g(x)dx \text{ 의 값을 구하시오. [4점]}$$



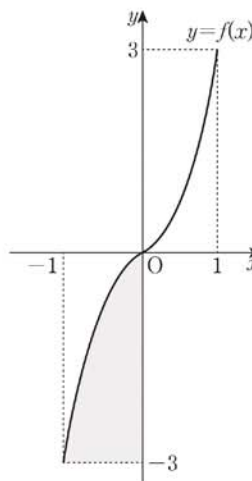
| 문제 풀이 |

STEP 01

주어진 조건을 이용하여 $y = f(x)$ 의 그래프를 그린 후 넓이를 알 수 있는 영역의 넓이를 구한다.

문제에서 $\int_0^1 f(x)dx = 1$ 이고,

함수 $y = f(x)$ 의 그래프는 원점에 대하여 대칭이다.



그러므로 그림에서 색칠된 영역의 넓이는 $3 - 1 = 2$

STEP 02

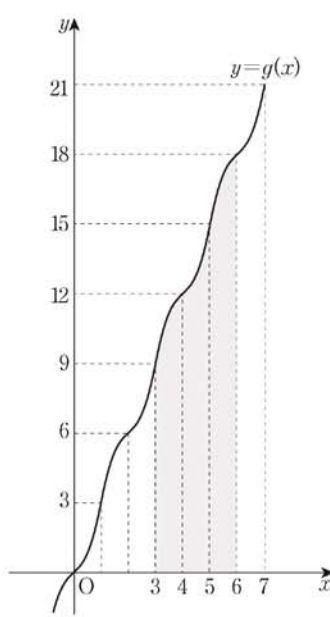
[3, 6] 의 영역을 나누고 조건 (나)에 의해 평행이동을 이용하여 $y = g(x)$ 의 그래프를 그려 각각의 영역에서 넓이를 구한다.

단한구간 [3, 6] 에서

$$\int_3^6 g(x)dx = \int_3^6 |g(x)|dx \text{ 는}$$

곡선 $y = g(x)$ 와 x 축 및 두 직선 $x = 3$, $x = 6$

으로 둘러싸인 도형의 넓이이므로 함수 $y = g(x)$ 의 그래프와 구하는 영역을 그림으로 나타내면 다음과 같다.



닫힌구간 [3, 5] 에서
함수 $y=g(x)$ 의 그래프는
함수 $y=f(x)$ 의 그래프를
 x 축의 방향으로 4 만큼 평행이동하고
 y 축의 방향으로 12 만큼 평행이동한 그래프이므로

$$\int_3^5 g(x) dx = 2 \times 12 = 24$$

닫힌구간 [5, 7] 에서
함수 $y=g(x)$ 의 그래프는
함수 $y=f(x)$ 의 그래프를
 x 축의 방향으로 6 만큼 평행이동하고
 y 축의 방향으로 18 만큼 평행이동한 그래프이므로

$$\int_5^7 g(x) dx = 15 \times 1 + 2 = 17$$

따라서

$$\int_3^6 g(x) dx = \int_3^5 g(x) dx + \int_5^6 g(x) dx = 41$$

★ BEST 오답 분석 ★

- ▶ 문제 해결 방법
- 문제에서 주어진 그래프에서 색칠된 영역의 넓이는 1 이고 직사각형에서 색칠된 영역을 제외한 부분의 넓이는 2이다.
- 조건 (나)를 이용하여 그래프를 평행이동하고 이 넓이를 이용하면 답을 구할 수 있다.
- $n=1$ 이면 [1, 3]에서 $y=f(x)$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 6만큼 평행이동한 그래프가 $y=g(x)$ 이므로
- 그래프를 평행이동하면 $(-1, -3)$ 이 $(1, 3)$ 으로, $(1, 3)$ 이 $(3, 9)$ 로 이동하게 된다. $n=2$ 일 때도 같은 방법으로 이동해도 되나 $n=1$ 일 때 이동한 그래프를 같은 이동으로 한번 더 이동한다고 생각하면 된다.
- 그러면 이동한 그래프의 아랫부분은 직사각형이므로 직사각형의 넓이를 구하면 되고 이동한 그래프는 앞에서 구한 영역들의 넓이를 이용하여 구하면 된다. 평행이동을 잘 이용하면 어려움 없이 답을 구할 수 있다.

확률과 통계

23 중복조합 정답 ⑤

답지 선택률 ① 4% ② 5% ③ 3% ④ 5% ⑤ 83%

| 문제 보기 |

① ${}_3H_n=21$ 일 때, 자연수 n 의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

| 문제 풀이 |

STEP 01

중복조합으로 ①을 계산하여 n 의 값을 구한다.

$$\begin{aligned} {}_3H_n &= {}_{n+2}C_n = {}_{n+2}C_2 \\ &= \frac{(n+2)(n+1)}{2} \\ &= 21 \end{aligned}$$

이므로

$$(n+2)(n+1) = 42$$
$$n^2 + 3n - 40 = 0$$
$$(n-5)(n+8) = 0$$

n 이 자연수이므로

$$n = 5$$

24 중복순열 정답 ①

답지 선택률 ① 84% ② 5% ③ 5% ④ 4% ⑤ 2%

| 문제 보기 |

숫자 0, 1, 2, 3 중에서 중복을 허락하여 네 개를 선택한 후, 일렬로 나열하여 만든 네 자리 자연수가 2100 보다 작은 경우의 수는? [3점]

① 80 ② 85 ③ 90
④ 95 ⑤ 100

| 문제 풀이 |

STEP 01

천의 자리의 수를 기준으로 경우를 나눈다.

천의 자리의 수가 1 인 네 자리 자연수의 개수는 ${}_4\Pi_3 = 4^3 = 64$

천의 자리의 수가 2 이고 백의 자리의 수가 0 인 네 자리 자연수의 개수는

$${}_4\Pi_2 = 4^2 = 16$$

따라서 구하는 경우의 수는

$$64 + 16 = 80$$

25 같은 것이 있는 순열 정답 ①

답지 선택률 ① 38% ② 7% ③ 12% ④ 7% ⑤ 36%

| 문제 보기 |

어느 행사장에는 현수막을 1개씩 설치할 수 있는 장소가 5곳이 있다. 현수막은 A, B, C 세 종류가 있고, A는 1개, B는 4개, C는 2개가 있다. 다음 조건을 만족시키도록 현수막 5개를 택하여 5곳에 설치할 때, 그 결과로 나타날 수 있는 경우의 수는? (단, 같은 종류의 현수막끼리는 구분하지 않는다.) [3점]

(가) A는 반드시 설치한다.
(나) B는 2곳 이상 설치한다.

① 55 ② 65 ③ 75
④ 85 ⑤ 95

| 문제 풀이 |

STEP 01

조건 (나)에서 B가 설치되는 장소의 수를 기준으로 경우를 나누고 같은 것이 있는 순열을 이용하여 경우의 수를 구한다.

조건 (가)에서 현수막 A는 반드시 설치되어야 하고, 조건 (나)에서 현수막 B는 2곳 이상 설치되어야 하므로

B가 2곳, 3곳, 4곳에 설치되는 경우로 나누어 경우의 수를 구한다.

(i) A 1개, B 2곳, C 2곳에 설치하는 경우

$$\frac{5!}{2!2!} = 30$$

(ii) A 1곳 B 3곳, C 1곳에 설치하는 경우

$$\frac{5!}{3!} = 20$$

(iii) A 1곳, B 4곳에 설치하는 경우

$$\frac{5!}{4!} = 5$$

따라서 (i), (ii), (iii)에 의하여 구하고자 하는 경우의 수는 $30 + 20 + 5 = 55$

26 중복조합 정답 ②

답지 선택률 ① 7% ② 73% ③ 8% ④ 8% ⑤ 4%

| 문제 보기 |

고구마피자, 새우피자, 불고기피자 중에서 m 개를 주문하는 경우의 수가 36일 때, ① 고구마피자, 새우피자, 불고기피자를 적어도 하나씩 포함하여 m 개를 주문하는 경우의 수는? [3점]

① 12 ② 15 ③ 18 ④ 21 ⑤ 24

| 문제 풀이 |

STEP 01

중복조합을 이용하여 m 값을 구한다.

세 가지 피자 중에서 m 개를 주문하는 경우의 수는 ${}_3H_m = {}_{3+m-1}C_{m-1} = {}_{m+2}C_m = {}_{m+2}C_2$

$$= \frac{(m+2)(m+1)}{2}$$
$$= 36$$

즉, $(m+2)(m+1) = 72$

$$m^2 + 3m - 70 = 0$$
$$(m+10)(m-7) = 0$$

$m = 7$ ($\because m$ 은 자연수)

STEP 02

중복조합을 이용하여 ①의 조건을 만족시키는 경우의 수를 구한다.

세 가지 피자를 적어도 하나씩 포함하여 7개를 주문하는 경우의 수는 피자마다 한 개씩 주문하고, 나머지 4개를 고르는 방법으로 구하면 된다.

따라서 구하는 경우의 수는 ${}_3H_4$ 이다.

$${}_3H_4 = {}_6C_4 = {}_6C_2 = \frac{6 \times 5}{2 \times 1} = 15$$

●핵심 공식

▶ 중복조합

서로 다른 n 개에서 중복을 허락하여 r 개를 택하는 조합을 중복조합이라 하고, 이 중복조합의 수를 기호로 ${}_nH_r$ 와 같이 나타낸다.

${}_nH_r = {}_{n+r-1}C_{r-1} = {}_{n+r-1}C_r$

27 같은 것이 있는 순열 정답 ⑤

답지 선택률 ① 3% ② 4% ③ 7% ④ 7% ⑤ 79%

| 문제 보기 |

흰 공 2개, 빨간 공 2개, 검은 공 4개를 일렬로 나열할 때, ① 흰 공은 서로 이웃하지 않게 나열하는 경우의 수는? (단, 같은 색의 공끼리는 서로 구별하지 않는다.) [3점]

① 295 ② 300 ③ 305 ④ 310 ⑤ 315

| 문제 풀이 |

STEP 01

①에서 흰 공 2개를 하나로 보고 같은 것이 있는 순열과 여사건을 이용하여 경우의 수를 구한다.

흰 공 2개, 빨간 공 2개, 검은 공 4개를 일렬로 나열하는 경우의 수는 $\frac{8!}{2! \times 2! \times 4!} = 420$

흰 공 2개를 하나로 보고 7개의 공을 일렬로 나열하는 경우의 수는 $\frac{7!}{2! \times 4!} = 105$

따라서 구하는 경우의 수는 $420 - 105 = 315$

28 중복조합 정답 ②

답지 선택률 ① 6% ② 66% ③ 7% ④ 15% ⑤ 6%

| 문제 보기 |

다음은 4 이상의 자연수 n 에 대하여 등식 $a \times b \times c \times d = 2^n \times 3^n$ 을 만족시키는 2 이상의 자연수 a, b, c, d 의 순서쌍 (a, b, c, d) 중에서 $a+b+c+d$ 가 짝수가 되도록 하는 모든 순서쌍의 개수를 구하는 과정이다.

$a = 2^{x_1} \times 3^{y_1}$, $b = 2^{x_2} \times 3^{y_2}$, $c = 2^{x_3} \times 3^{y_3}$, $d = 2^{x_4} \times 3^{y_4}$ 이라 하면

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = n,$$
$$y_1 + y_2 + y_3 + y_4 = n$$

(단, $i=1, 2, 3, 4$ 에 대하여 x_i, y_i 는 음이 아닌 정수)

이다. 이때 $a+b+c+d$ 가 짝수이므로 a, b, c, d 가 모두 짝수이거나 a, b, c, d 중에서 2개만 짝수이다.

(i) a, b, c, d 가 모두 짝수인 경우 x_1, x_2, x_3, x_4 가 모두 자연수이고 y_1, y_2, y_3, y_4 는 음이 아닌 정수이므로 순서쌍 $(x_1, x_2, x_3, x_4, y_1, y_2, y_3, y_4)$ 의 개수는

$${}_4H_{\boxed{\text{가}}} \times {}_4H_n \dots\dots \text{㉠}$$

(ii) a, b, c, d 중에서 2개만 짝수인 경우 x_1, x_2, x_3, x_4 중에서 자연수가 2개이고 0이 2개이므로 순서쌍 (x_1, x_2, x_3, x_4) 의 개수는 ${}_4C_2 \times \boxed{\text{나}}$ 이다. 이때 a, b, c, d 중 홀수인 두 수는 1이 될 수 없으므로 순서쌍 (y_1, y_2, y_3, y_4) 의 개수는 ${}_4H_{\boxed{\text{다}}}$ 이다.

따라서 순서쌍 $(x_1, x_2, x_3, x_4, y_1, y_2, y_3, y_4)$ 의 개수는

$${}_4C_2 \times \boxed{\text{나}} \times {}_4H_{\boxed{\text{다}}} \dots\dots \text{㉡}$$

(i), (ii)에 의하여 구하는 경우의 수는 ㉠+㉡이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$, $h(n)$ 이라 할 때, $f(6)+g(7)+h(8)$ 의 값은? [4점]

① 13 ② 14 ③ 15 ④ 16 ⑤ 17

| 문제 풀이 |

STEP 01

문제의 흐름에 맞도록 중복조합을 이용하여 빈칸에 알맞은 식을 구한다.

$a = 2^{x_1} \times 3^{y_1}$, $b = 2^{x_2} \times 3^{y_2}$, $c = 2^{x_3} \times 3^{y_3}$, $d = 2^{x_4} \times 3^{y_4}$ 이라 하면

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = n, y_1 + y_2 + y_3 + y_4 = n$$

(단, $i=1, 2, 3, 4$ 에 대하여 x_i, y_i 는 음이 아닌 정수)이다. 이때 $a+b+c+d$ 가 짝수이므로 a, b, c, d 가 모두 짝수이거나 a, b, c, d 중에서 2개만 짝수이다.

(i) a, b, c, d 가 모두 짝수인 경우 x_1, x_2, x_3, x_4 가 모두 자연수이고 y_1, y_2, y_3, y_4 는 음이 아닌 정수이므로 순서쌍 $(x_1, x_2, x_3, x_4, y_1, y_2, y_3, y_4)$ 의 개수는

$${}_4H_{\boxed{n-4}} \times {}_4H_n \dots\dots \text{㉠}$$

(ii) a, b, c, d 중에서 2개만 짝수인 경우 x_1, x_2, x_3, x_4 중에서 자연수가 2개이고 0이 2개이므로 순서쌍 (x_1, x_2, x_3, x_4) 의 개수는

$${}_4C_2 \times \boxed{{}_2H_{n-2}}$$

이다. 이때 a, b, c, d 중 홀수인 두 수는 1이 될 수 없으므로 순서쌍 (y_1, y_2, y_3, y_4) 의 개수는

$${}_4H_{\boxed{n-2}}$$

이다. 따라서 순서쌍 $(x_1, x_2, x_3, x_4, y_1, y_2, y_3, y_4)$ 의 개수는

$${}_4C_2 \times \boxed{{}_2H_{n-2}} \times {}_4H_{\boxed{n-2}} \dots\dots \text{㉡}$$

(i), (ii)에 의하여 구하는 경우의 수는 ㉠+㉡이다. 따라서

$$f(n) = n-4, g(n) = {}_2H_{n-2}, h(n) = n-2$$
$$f(6) = 6-4 = 2,$$
$$g(7) = {}_2H_5 = {}_6C_1 = 6,$$
$$h(8) = 8-2 = 6$$

이므로

$$f(6) + g(7) + h(8) = 2 + 6 + 6 = 14$$
이다.

29 원순열 정답 8

정·답·률 48%

| 문제 보기 |

그림과 같이 합동인 9개의 정사각형으로 이루어진 색칠판이 있다.

빨간색과 파란색을 포함하여 총 9가지의 서로 다른 색으로 이 색칠판을 다음 조건을 만족시키도록 칠하려고 한다.

(가) 주어진 9가지의 색을 모두 사용하여 칠한다.
(나) 한 정사각형에는 한 가지 색만을 칠한다.
(다) 빨간색과 파란색이 칠해진 두 정사각형은 꼭짓점을 공유하지 않는다.

색칠판을 칠하는 경우의 수는 $k \times 7!$ 이다. k 의 값을 구하시오. (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [4점]

| 문제 풀이 |

STEP 01

빨간색을 칠할 곳을 기준으로 경우를 나누고 파란색을 칠하여 경우의 수를 구한다.

회전하여 일치하는 것을 같은 것으로 보므로 빨간색을 칠할 정사각형은 그림과 같이 A, B, C 중에서 택할 수 있다.

	A	B	
		C	

(i) A에 빨간색을 칠하는 경우 파란색을 칠할 수 있는 경우의 수는 5이다. 나머지 7개의 정사각형에 남은 7개의 색을 칠하는 경우의 수는 7!이다.

(ii) B에 빨간색을 칠하는 경우 파란색을 칠할 수 있는 경우의 수는 3이다. 나머지 7개의 정사각형에 남은 7개의 색을 칠하는 경우의 수는 7!이다.

(iii) C에 빨간색을 칠하는 경우 파란색을 어떤 정사각형에 칠해도 빨간색이 칠해진 정사각형과 꼭짓점을 공유하므로 조건을 만족시킬 수 없다.

(i), (ii), (iii)에서 구하는 경우의 수는 $(3+5) \times 7! = 8 \times 7!$ 이다. 따라서 $k = 8$

30 같은 것이 있는 순열 정답 296

정·답·률 13%

| 문제 보기 |

그림과 같이 이웃한 두 교차로 사이의 거리가 모두 같은 도로망이 있다.

철수가 집에서 도로를 따라 최단거리로 약속장소인 도서관으로 가다가 어떤 교차로에서 약속장소가 서점으로 바뀌었다는 연락을 받고 곧바로 도로를 따라 최단거리로 서점으로 갔다. 집에서 서점까지 지나 온 길이 같은 경우 하나의 경로로 간주한다.

예를 들어, [그림1]과 [그림2]는 연락받은 위치는 다르나, 같은 경로이다.

[그림 1] [그림 2]

철수가 집에서 서점까지 갈 수 있는 모든 경로의 수를 구하시오. (단, 철수가 도서관에 도착한 후에 서점으로 가는 경우도 포함한다.) [4점]

| 문제 풀이 |

STEP 01

도로망의 가로축을 기준으로 경우를 나누고 같은 것이 있는 순열을 이용하여 경우의 수를 구한다.



〈문제편〉과 〈정답과 해설편〉 분리 방법

2권을 감싼 겉표지를 뜯어내고 사용하십시오. 〈문제편〉과 〈해설편〉이 분리되는 것은 파본이 아닙니다.

1 〈문제편〉과 〈해설편〉을 펼친 후, 2 좌우로 당기면 겉표지에서 〈문제편〉과 〈해설편〉이 쉽게 분리됩니다.

2022 REAL ORIGINAL

수험생의 마음을 담다!

수험생의 의견을 반영해 구성과 해설까지 더욱 새롭고
강력한 교재로 **업그레이드** 했습니다.

**ALL
NEW**

Questions & Answers [BEST 6]

price [가격]

Q 수험생 부담을 낮춘 착한 가격이면 좋겠어요.

A 해설부터 교재의 크기까지 업그레이드하면서 제작비는
늘어났지만, 가격을 대부분 동결해 수험생 부담은 NO!

size [크기]

Q 조금 불편해도 모의고사는 시험지 크기가 좋아요.

A 실제 시험지와 똑같은 8절 크기의 교재로 만들어 실전과
동일한 느낌으로 문제를 풀어 볼 수 있도록 했습니다.

explanation [해설]

Q 해설편에 문제까지 들어있으면 편리할 것 같아요.

A 해설편과 문제편을 동시에 펼쳐 학습하지 않아도 OK!
전학년, 전과목 해설편에 문제와 보기를 수록했습니다.

choice [선택]

Q 선택 과목도 2022학년도 수능 체제에 맞춰 주세요.

A 국어, 수학 모두 신수능을 반영하여 선택 과목을 재구성
하였으며, 국어 매체 문제는 신출제 후 재구성했습니다.

example [예시]

Q 2022 수능 예시 문항도 수록해 주세요.

A 전학년 국어, 수학 교재에 수능 예시 문항을 수록하여
신수능 출제 유형을 정확히 파악할 수 있도록 했습니다.

paper [종이]

Q 문제를 풀 때 뒷면의 글씨가 안 보이면 좋겠어요.

A 최상급 종이를 사용해 뒷면의 글씨 비침이 없어 눈도
피곤하지 않고, 종이가 울거나 잘 찢어지지 않습니다.

[2022학년도 수능 체제 반영] 수학영역은 2022 신수능 형식에 맞춰 공통 과목(수학Ⅰ, 수학Ⅱ)+선택 과목(확률과 통계, 미적분, 기하)으로 재구성하였습니다.



정가 **18,800원**

리얼 오리지널 수능기출 25회 모의고사 수학영역

발행처 수능 모의고사 전문 출판 입시플라이 발행일 2021년 2월 17일(제 1쇄) 등록번호 제 2017-22호

홈페이지 www.ipsifly.com 대표전화 1566-9939 구입문의 02-433-9975 내용문의 02-433-9979 팩스 02-433-9905

발행인 조용규 편집책임 양창열 김유 이해민 이주영 물류관리 김소희 이혜리 주소 서울특별시 중랑구 용마산로 615 정민빌딩 3층

※ 이 책에 실린 모든 내용과 편집 형태에 대한 저작권은 입시플라이에 있습니다. 무단으로 복사·복제를 일절 금합니다.

※ 페이지가 누락되었거나 파손된 교재는 구입하신 곳에서 교환해 드립니다. ※ 발간 이후 발견되는 오류는 홈페이지 정오표를 통해서 알려드립니다.